THEORIE DES LEICHTBAUES

Von

G. RUDNAI

Lehrstuhl für Flugzeugbau der Technischen Universität, Budapest

(Eingegangen am 28. Mai 1958)

1. Versuch einer Systematik

1.1 Sinn und Bedeutung des Leichtbaues

Die menschliche Gesellschaft lebt von der Menge der Gebrauchsgüter, die sie produziert und gewinnt. Man kann nur dann vom Fortschritt der Gesellschaft sprechen, wenn die Wohlfahrt ihrer Mitglieder zunimmt. Der auf ein Mitglied der Gesellschaft entfallende Anteil an den produzierten Gebrauchsgütern, die Produktivität der Gesellschaft, muß demnach ständig wachsen, da sonst die Gesellschaft in ihrer Entwicklung zum Stillstand kommt oder sogar zurückgeht. Das ununterbrochene Wachsen der Produktivität ist demnach ein allgemeines Gesetz der Entwicklung der menschlichen Gesellschaft.

Die Produktivität der Gesellschaft setzt sich aus der Produktivität ihrer Teile, letzten Endes aus der Produktivität der einzelnen Produktionsstätten zusammen. Die schnellstmögliche Entwicklung, das möglichst kräftige Wachstum der Gesellschaft und ihrer Produktivität erfordert daher, daß die Produktivität aller einzelnen Betriebe ununterbrochen zunehme, d.h. daß der gesellschaftliche Arbeitsaufwand, der auf ein beliebiges Stück menschlichen Gebrauchsgutes entfällt, stetig abnehme, und zwar mit der größten Geschwindigkeit, die die Verhältnisse jeweils gestatten.

Der gesellschaftliche Arbeitsaufwand erscheint aber in den Gebrauchsgüter herstellenden Betrieben nur zum kleineren Teil als unmittelbar angewandte lebendige Arbeit. Der größte Teil kommt mittelbar in der Form von Maschinen und anderen Einrichtungen, Rohmaterial, Halbzeugen und anderen Lieferungen, z.B. Energie, als bereits früher geleistete, sozusagen vergegenständlichte Arbeit zur Anwendung. Der Materialverbrauch stellt also einen sehr bedeutenden, oft entscheidenden — und mit der Verfeinerung der Arbeitsteilung wachsenden — Anteil des gesellschaftlichen Arbeitsaufwandes dar. Die Sparsamkeit mit Material ist daher eines der wirksamsten Mittel der Steigerung der Produktivität, der Beschleunigung der Entwicklung der menschlichen Gesellschaft.

Das Maß des Aufwandes an Material ist dessen Masse, bzw. im täglichen Leben die dazu proportionale Kraft, mit der die Erde diese Masse anzieht:

das Gewicht des Materials. Eine der wichtigsten Methoden der Steigerung der Produktivität ist demnach das Vermindern des Gewichtes der Gebrauchsgüter, natürlich ohne ihren Gebrauchswert damit zu beeinträchtigen. Dabei muß man selbstverständlich darauf achten, daß der Mehraufwand an Arbeit, die zur Erreichung dieses Zieles nötig ist, und die eventuelle Erhöhung der Abfallmenge die Ersparnis an Material nicht aufzehre oder sogar in ihr Gegenteil verwandle. Die konkrete Untersuchung dieser Verhältnisse wird jeweils die Grenzen aufzeigen, bis zu denen man wirtschaftlicherweise im allgemeinen mit der Materialersparnis gehen kann.

Es gibt aber Produkte, bei denen die Bedeutung der Materialersparnis weit hierüber hinausgeht und sich die erwähnte Grenze infolgedessen bedeutend erweitert. Dies sind jene Gebrauchsgüter, bei denen die Verminderung ihrer Masse nicht nur die Produktivität ihrer Herstellung steigert, sondern auch ihren Gebrauchswert unmittelbar erhöht.

Hierher gehört zunächst *ein bedeutender Teil der Ingenieursbauten*, deren Belastung überwiegend von ihrem eigenen Gewicht herrührt. Die Gewichtsersparnis wirkt hier nicht nur an sich, unmittelbar, sondern auch noch mittelbar, durch die hierdurch mögliche Bemessung des Bauwerkes auf eine verminderte Belastung. Die Gewichtserparnis wirkt sich also potenziert aus. Hierher gehören ferner alle diejenigen Maschinen, die betriebsmäßig ihren Platz wechseln, vor allem diejenigen, deren Bestimmung gerade der Platzwechsel ist: *die Verkehrsmittel.* Auch bei diesen werden die unmittelbaren Vorteile der Gewichtserparnis potenziert, und zwar durch die Ersparnis an Ortsveränderungsarbeit. Die Verminderung an Beschleunigungsenergie und Reibung ermöglicht nicht nur die Erhöhung der Anfahr- und Bremsbeschleunigung, sondern infolgedessen auch das Erzielen größerer Durchschnittsgeschwindigkeiten, günstigere Fahrpläne, kürzere Wendezeiten. Dies alles ermöglicht die Senkung des anteiligen Aufwandes beim Verkehr und Transport, und damit die Steigerung der Produktivität des Transportwesens. Die so erzielbare Ersparnis an laufenden Betriebskosten der Verkehrsmittel kommt auf diese Weise zu der durch die Gewichtsersparnis unmittelbar — und die längere Lebensdauer von Straße und Bahn mittelbar — erzielbaren Einsparung an einmaligen Anschaffungskosten hinzu.

Es gibt ferner noch eine besondere Gruppe der Verkehrsmittel, bei der die Wichtigkeit der Gewichtsersparnis auch hierüber noch weit hinausgeht, da sie die unumgängliche Voraussetzung ihrer Funktion ist: *die Luftfahrzeuge*, deren Betrieb ja die Überwindung der Schwerkraft erfordert. Dies ist ohne die Anwendung von Leichtkonstruktionen nicht möglich. Die Gewichtsersparnis ist deshalb bei Luftfahrzeugen im Grunde genommen keine wirtschaftliche Frage mehr, sondern eine technische. Ohne Leichtkonstruktionen gibt es keine Flugtechnik. Wie weit kann man aber mit der Verminderung der Masse bzw. des Gewichtes von Konstruktionen gehen?

Eine ideale Leichtkonstruktion enthält offenbar nicht das geringste *überflüssige* Material mehr. Sie enthält also nur noch dort Material, wo dies zur Funktion der Konstruktion nötig ist, und nur so viel, wie zur Erfüllung dieser Funktion gerade ausreicht. Auch die Art des Materials ist nicht gleichgültig; der eine Werkstoff ist zweckentsprechender als der andere. Kurz ausgedrückt ist eine ideale Leichtkonstruktion eine solche, *die sich ihrer Bestimmung*, und sei diese noch so vielseitig und abwechslungsreich, *vollkommen anpaßt.*

1.2 Die Entwicklung des Leichtbaues

Die Entwicklung der Leichtkonstruktionen widerspiegelt diese Zusammenhänge ebenfalls.

Mit Vorbildern hat die Natur gedient. Im Gegensatz zu den leblosen Gegenständen können sich die lebendigen Organismen den Einwirkungen ihrer

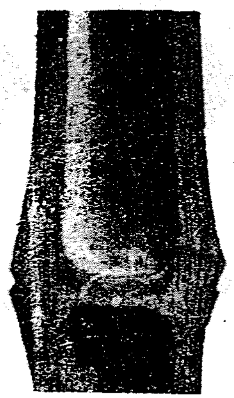

Abb. 1. Längsschnitt eines Bambusrohres

Umgebung, auch den mechanischen Belastungen, anpassen. Im Laufe der Entwicklung sind auf diese Weise viele aus einem Stück gewachsene »biologische« Konstruktionen zustande gekommen, die bezüglich der möglichst vollständigen und vielseitigen Ausnutzung ihres Werkstoffes sich der denkbar besten Lösung stark nähern, also als beinahe ideal zu bezeichnen sind. Ein sehr gutes Beispiel hierfür ist das auf Biegung beanspruchte Bambusrohr (Abb. 1), oder der Aufbau der auf Druck und Biegung belasteten Knochen der Gliedmaßen (Abb. 2), an deren Schnitt der Verlauf der Fasern, die der Aufnahme, Weiterleitung und Verteilung der Belastungskräfte dienen, deutlich zu verfolgen ist.

Die ersten in Richtung der Verwirklichung der Flugtechnik zeigenden Versuche machten nicht nur Gebrauch von derartigen in der Natur anzutreffenden biologischen Konstruktionen, sondern sie bildeten sie geradezu nach. Die Projekte von *Leonardo da Vinci* und die ersten erfolgreichen Gleitflugzeuge *Otto Lilienthals* ähnelten gleichermaßen stark den Fledermäusen.

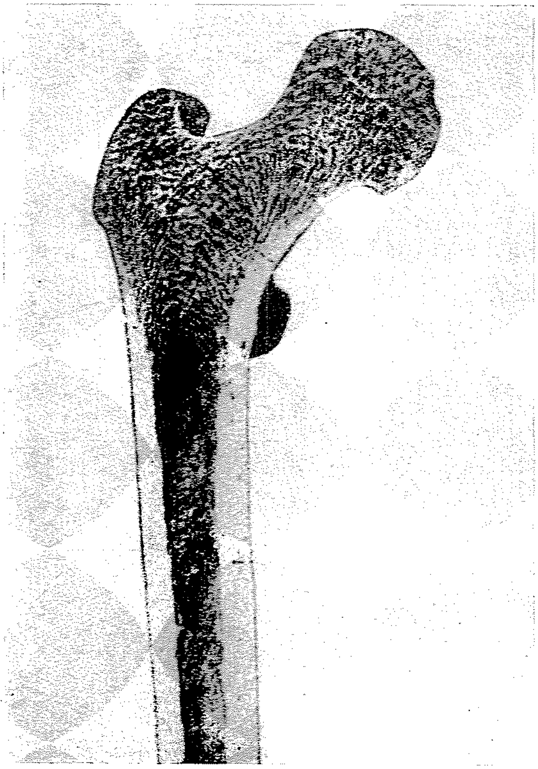

Abb. 2. Schnitt eines Oberschenkelknochens

Als es daher vor gut 150 Jahren der Stand der Technik ermöglichte, die Eroberung der Luft auf die Tagesordnung zu setzen, war es sehr naheliegend, als Bauelement der nötig gewordenen Leichtkonstruktionen die hochentwickelten Produkte der lebendigen Natur zu verwenden. Die ersten primitiven Leichtkonstruktionen, die man allerdings noch kaum als Maschinen bezeichnen kann, und die der Anfertigung von Luftballons dienten, wurden aus entsprechend ausgewählten organischen Werkstoffen verfertigt. Die Form der Luftballons paßte sich der Richtung der auftretenden Kräfte elastisch an, so daß ihr Werkstoff von diesen Kräften nur auf Zug belastet wurde — eine der günstigsten Belastungen in Bezug auf Materialausnutzung und Gewicht, wie wir später sehen werden.

Als aber nach den ersten erfolgreichen Aufstiegversuchen die nächste Aufgabe die Verwirklichung der planmäßigen gesteuerten Bewegung der Luftfahrzeuge war, konnten diese wenig oder gar nicht formsteifen Gebilde nicht mehr befriedigen. Für Luftschiffe wie für Flugzeuge waren gleichermaßen mehr oder weniger starre Konstruktionen, nunmehr wirkliche Maschinen nötig, deren Formänderung während des Betriebes — abgesehen von der Bewegung der Steuerungsorgane und anderer Mechanismen — sich in den Grenzen der Gesetze der Elastizitätslehre hält.

Diese anfangs ebenfalls überwiegend aus biologischen Produkten, vorwiegend aus Holz, verfertigten Konstruktionen wurden erst im Laufe der Entwicklung Schritt für Schritt von Gebilden aus Metall, dem gewohnten Baustoff des Maschinenbaues, verdrängt. So entstanden die klassischen Leichtkonstruktionen der Flugtechnik, die die stetigen Formen der Natur mit stufenweise gegliederten und durch Verbindungselemente vereinigten Konstruktionen annähern. Der Grad der Annäherung ändert sich natürlich entsprechend dem jeweiligen Stand der Technik. Die Überwindung der Gravitation steht aber durchaus im Mittelpunkt der Aufgabe und verdrängt etwaige wirtschaftliche Überlegungen.

Der Zusammenhang der Flugtechnik mit den übrigen Zweigen des Maschinenbaues beschränkt sich aber nicht auf die Übernahme der Metalle als Baustoff; die Verbindung war und ist wechselseitig. Die anderen Zweige des Maschinenbaues fingen allmählich an, die für sie nützlichen Ergebnisse des klassischen Leichtbaues zu übernehmen.

Auf dem Gebiete des allgemeinen Maschinenbaues (und wir beschränken uns auf dieses Gebiet der Technik) zeigt sich dies in erster Reihe bei den Verkehrsmitteln. Hier ist es nicht mehr um jeden Preis nötig, Leichtkonstruktionen anzustreben, sondern nur soweit es die mögliche Ersparnis an Ortsveränderungsarbeit als vorteilhaft erscheinen läßt. Die Annäherung des allgemeinen Leichtbaues an die ideale Leichtkonstruktion und die Gliederung der Fahrzeuge ist demnach viel gröber, als die der Flugzeuge.

Auf den übrigen Gebieten des Maschinenbaues verursacht ein etwaiges Mehrgewicht keine Potenzierung des Aufwandes mehr, so daß dort die Bedeutung der einmaligen Aufwendungen vorherrschend ist. Auf diesen breiten Gebieten des Maschinenbaues genügt statt Leichtbau die Anwendung von *Sparkonstruktionen*, deren Gestalt einfach ist und die wenig Montagearbeit erfordern. Die steigerung der Produktivität erfordert auch hier Sparsamkeit mit dem Material, dies sind jedoch keine ausgesprochenen Leichtkonstruktionen mehr. Obwohl einige Ergebnisse des Leichtbaues auch hier vorteilhaft anzuwenden sind — und so allmählich zum Gemeingut der allgemeinen Maschinenkonstruktionslehre werden — befassen wir uns hier mit diesen allgemeinen Konstruktionen nicht.

1.3 Die Fragestellung

Die auf dem Gebiete des Leichtbaues erzielten Erfolge und die Bestrebungen zur Ausnutzung der auf diesem Gebiete noch bestehenden weitgehenden Möglichkeiten erforderten die systematische Ordnung des hiermit zusammenhängenden Wissens und umfassende Untersuchungen zu dessen Weiterentwicklung. Diese Arbeit wurde vor allem in Deutschland mit üblicher Gründlichkeit in Angriff genommen [1, 2], führte aber noch zu keinem gesicherten Ergebnis. Man kann auch keine zufriedenstellenden Ergebnisse erwarten, wenn man zu viel erfassen will und alle Maschinen oder Maschinenteile als Leichtkonstruktionen bezeichnet, die eine Gewichtsersparnis gegenüber den bisher bekannten aufweisen. Dies würde nur dazu führen, daß man den Unterschied zwischen den allgemeinen Grundsätzen der sparsamen Bemessung der Maschinen und den Eigenarten des Leichtbaues vor Augen verliert. »In der Beschränkung zeigt sich der Meister« — sagte bereits Goethe. Befolgen wir seinen weisen Rat. Wir werden demnach nur solche Konstruktionen als *Leichtbau* bezeichnen, bei denen man *auf die Gewichtsersparnis* eine *gesteigerte*, über die zur Erzielung einer Produktivitätssteigerung nötigen hinausgehende, *Sorgfalt und Mehrarbeit aufwendet*, also eine Konstruktion, die sich ihrem Bestimmungszweck besser angepaßt hat, als es im allgemeinen üblich ist.

Wollen wir eine derartige Konstruktion untersuchen oder zustande bringen, so müssen wir zunächst feststellen, *was*, *wie* und *woran* sich anpassen soll, d.h. in umgekehrter Reihenfolge:

a) welche die Aufgaben sind, die die Konstruktion erfüllen muß?
b) welche Naturgesetze man in besonderem Maße anwenden muß, um eine bessere Anpassung der Konstruktion an ihre Bestimmung zu erreichen?
c) auf welche Weise die Eigenschaften der Baustoffe diese Anpassung beeinflussen?

Das Ergebnis unserer Untersuchung soll uns die Methode weisen, die zur planmäßigen, bewußten Schaffung oder Weiterentwicklung leichter Konstruktionen geeignet ist: *die Lehre vom Leichtbau*, die im Begriff ist, sich zu einem selbständigen Wissenszweig zu entwickeln.

2. Die Grundlagen des Leichtbaues

2.1 Erfassung der Betriebsbedingungen

Der Zweck eines Gebildes bestimmt bereits im großen und ganzen seine Wirkungsweise und allgemeine Anordung, seinen Aufbau und seinen Mechanismus. Form und Abmessungen müssen sich so nach dem Zweck richten. Die Anpassung ist freilich nicht einseitig, sondern dialektisch gegenseitig. Zur

Erleichterung der Übersicht sehen wir jedoch von der Rückwirkung der konstruktiven Gestaltung auf die oben erwähnten unmittelbar zweckbestimmten Eigenschaften ab und betrachten diese als gegeben, bzw. als im Laufe der Entwurfsplanung bereits festgelegt.

Ein nicht minder wichtiges Erfordernis der Anpassung ist, daß die Form des Gebildes in vollem Maße zur Aufnahme der zu erwartenden Beanspruchung geeignet sei. Dazu ist es natürlich erforderlich, daß man die zu erwartenden Beanspruchungen nach Art und Größe möglichst genau kennt, m.a.W., daß man volle Übersicht hat über die *Betriebsbedingungen*, denen die Konstruktion später unterworfen sein wird. Selbstverständlich kann das Gebilde um so leichter sein, je kleinere Belastungen zu erwarten sind. Daher ist nicht nur die Bestimmung, sondern nach Möglichkeit auch die Verminderung der auftretenden Belastungen unsere Aufgabe.

Die zu erwartenden Belastungen muß man auf Grund von auf den Gesetzen der Physik beruhenden theoretischen Überlegungen durch gründliche Beobachtung und Analyse des Betriebsverhaltens ähnlicher Konstruktionen ermitteln. Dies ist keine leichte Aufgabe, da wir ja oft, und gerade in den für die Erweiterung unserer Erfahrungen wichtigsten Fällen, nur aus den hinterlassenen Spuren auf den Ablauf der maßgebenden Ereignisse schließen können. Langjährige Erfahrungen, Forschungen und Versuche sind nötig, um das Spiel der Kräfte in dem einen oder anderen Belastungsfall klar zu erfassen und ihren Verlauf in der Konstruktion zu verfolgen. So war es zum Beispiel bei den wiederholten Unfällen der englischen »Comet«-Flugzeuge vor einigen Jahren, wo eine besonders geistreiche — und kostspielige! — Untersuchung erforderlich war, um die Wirkung einer bisher unbeachteten physikalischen Erscheinung zu enthüllen.

Im allgemeinen sind es Belastungen der verschiedensten Art, die auf ein Gebilde im Laufe der Zeit wirken. Die Belastungen gleicher Art können wir aber zu Gruppen zusammenfassen. Die Häufigkeit der gleichartigen Belastungen in Abhängigkeit von ihrer Größe gibt die maßgebende Verteilungskurve der Gruppe (Abb. 3), die als Grundlage für die Programmsteuerung von Laboratoriumsversuchen, sogenannten Betriebsfestigkeitsversuchen dienen kann [10]. Es gibt auch Fälle, in denen nicht die Häufigkeit des Auftretens einer Belastung bestimmter Größe, sondern das zu erwartende Maximum der Belastung für die Bemessung der Konstruktion maßgebend ist. Kennen wir diese maßgebenden Belastungen nur ungenau, so können wir die Dauerhaftigkeit der Konstruktion nur bei Anwendung sehr großer Sicherheitszahlen gewährleisten. Dies führt im allgemeinen Maschinenbau zu den dort angewendeten »Sicherheitszahlen« von 3...5 und oft noch mehr, d.h. zur Beschränkung der zulässigen Spannung des Werkstoffes auf einen solchen Bruchteil der tatsächlich vorhandenen Festigkeit. Man spräche demnach richtiger von »Unsicherheitszahlen«, da sie ja bedeuten, daß wir entweder die Größe der tatsächlich zu erwartenden Belastung nicht kennen, oder daß das Ergebnis des angewandten Bemessungsverfahrens ungenau ist. Je genauer man die Betriebsbelastungen erfaßt und je genauere Ergebnisse die angewandten Bemessungsverfahren liefern, desto weniger ist die Einführung derart großer »Sicherheitszahlen« angebracht: um so leichter können demzufolge unsere Konstruktionen ausfallen.*

Im allgemeinen Maschinenbau hat man sich früher leider kaum um die Untersuchung der zu erwartenden Belastungen gekümmert und hat im Falle widriger Erfahrungen lieber die »Sicherheitszahl« — und damit das Gewicht der Maschine — erhöht, selbst bei Verkehrsmitteln, wo sich die Nachteile dieses Verfahrens (wie wir bereits sahen) potenziert auswirken. Außerhalb der Flug-

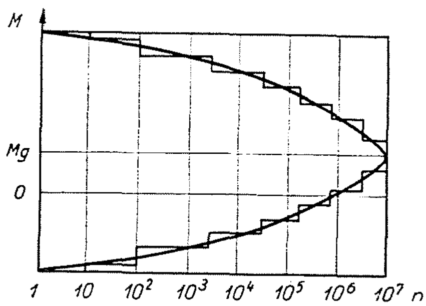

Abb. 3. Häufigkeitskurve der Betriebslasten [14]

technik verwendete man bisher auch sehr wenig Mühe auf diesbezügliche Forschungen. So besteht *die größte Schwierigkeit der Verwirklichung allgemeiner Leichtkonstruktionen in der mangelhaften Kenntnis der zu erwartenden Belastungen.* Wo bereits Belastungsvorschriften bestehen — wie zum Beispiel im Schiff-

* In der Flugtechnik hat die Sicherheitszahl eine grundsätzlich andere, wissenschaftlich begründete Bedeutung. Man versucht dort mit allen zur Verfügung stehenden Mitteln — mit Berechnungen, Messungen, Beobachtungen, Versuchen, Auswertung von Erfahrungen — ein je genaueres Bild über die zu erwartenden Belastungen zu gewinnen und diese in Belastungsvorschriften zusammenzufassen. Man kann so damit rechnen, daß hiermit in der Tat die zu erwartenden größten Belastungen erfaßt sind, und kann somit die Abmessungen der Konstruktion mit den entsprechend kleinen — nunmehr wirklichen — Sicherheitszahlen zuverlässig bestimmen. Diese Sicherheitszahlen haben nur noch die unvermeidlichen Streuungen der Werkstoffeigenschaften und der Bemessungsverfahren zu decken, ferner den Charakter der Beanspruchung (ob statisch, dynamisch oder wiederholt) zum Ausdruck zu bringen. In der Flugtechnik nennt man die Gesamtheit der auf Grund der Belastungsvorschriften zu erwartenden Lasten den sicheren Belastungszustand. Die Größe der Sicherheitszahl ist verschieden. Bei statischen Belastungen darf zum Beispiel 1. die evtl. auftretende bleibende Verformung nur so groß sein, daß sie die Tragfähigkeit der Konstruktion nicht beeinträchtigt; 2. bei 1,35-facher sicherer Last die Fließgrenze, bzw. 3/4 der Bruchlast nicht erreicht werden; 3. bei 1,8-facher sicherer Last die Bruchgrenze gerade erreicht werden; und so weiter. Da die Belastungen sorgfältig bestimmt und genau bekannt sind, haben sich diese kleinen Sicherheitszahlen als vollkommen genügend erwiesen.

bau — sind diese eher Sammlungen von Faustformeln für die Bemessung der Bauteile.

Über die genauere Bestimmung der zu erwartenden Belastungen hinaus muß man natürlich bestrebt sein auch die Größe der angreifenden Kräfte zu vermindern. Die Belastungsspitzen kann man zum Beispiel durch Federung abbauen, wie dies bei Fahrzeugen schon lange üblich ist. Es ist auch möglich, die auftretenden Kräfte durch Sicherheitsvorrichtungen zu begrenzen, zum Beispiel durch Rutschkupplungen, durch Geschwindigkeitsbegrenzungen mit Hilfe von Verboten oder Vorrichtungen, durch die Verminderung der Eigengewichte usw.

Bei sehr schnellen Fahrzeugen ist auch die Verminderung des Luftwiderstandes durch eine den Stromlinien angepaßte Formgebung von Bedeutung. Bekanntlich wächst die zur Überwindung des Luftwiderstandes erforderliche Leistung mit der Größe des wirksamen Querschnittes und der Widerstandsbeizahl, sowie mit der dritten Potenz der Geschwindigkeit des bewegten Körpers. Verminderung des Querschnittes und der Widerstandsbeizahl kann also zu einer nicht unbedeutenden Senkung der auftretenden Kräfte und damit des Gewichtes der Konstruktion führen.

2.2 Festigkeitsprobleme

Nunmehr können wir damit beginnen, unsere Konstruktion innerhalb der gegebenen Grenzen ihrer Bestimmung anzupassen. Die möglichst genaue Kenntnis der wirkenden Kräfte ermöglicht die sparsame Bemessung der Konstruktion. Dies allein genügt jedoch nicht, um das Mindestgewicht zu erzielen. Man muß auch den zweckentsprechenden *konstruktiven Aufbau* finden, der die auftretenden Belastungen am wirtschaftlichsten aufnehmen kann.

Alle konstruktiven Gebilde lassen sich als ein System starrer Körper (Stangen, Scheiben, Platten, Schalen) auffassen, für die das HOOKEsche Gesetz, das heißt die Proportionalität von Spannung und Dehnung, gültig ist. Außerdem setzen wir voraus, daß die infolge der Belastung zustandekommende Formänderung gegenüber den Abmessungen der Konstruktion vernachlässigbar klein ist, also ihre Wirkung das Kräftespiel nicht ändert. Es folgt aus diesen Voraussetzungen, daß die in der Konstruktion auftretenden Spannungen den Lasten proportional, also deren lineare Funktionen sind, und daß infolgedessen das Gesetz der Superposition gültig ist. Man kann demnach die Wirkung der verschiedenen Lasten unabhängig voneinander untersuchen und im Falle gleichzeitigen Auftretens der Belastungen die Wirkungen im Verhältnis ihrer Größe zusammenrechnen.

Zunächst befinden wir uns dem sogenannten *Spannungsproblem:* der Bestimmung der in der Konstruktion auftretenden Dehnungen und der ihnen proportionalen Spannungen gegenüber. Mit Hilfe des Spannungsproblems kann man alle Belastungsarten untersuchen, bei denen die Tragfähigkeit des Gebildes durch den Bruch irgendeines ihrer Teile bestimmt wird. Die Lösung des Spannungsproblems führt jedoch oft zu so großen Spannungen, daß der Einfluß der durch sie hervorgerufenen Formänderungen auf das Kräftespiel nicht mehr vernachlässigt werden kann. So kommen wir in zweiter Linie zum *Stabilitätsproblem*, bei dem der Charakter des Gleichgewichtes der auftretenden äußeren und inneren Kräfte den Gegenstand der Untersuchung bildet, um die Grenze bestimmen zu können, bei der die Berechtigung unserer Annahmen und damit die Gültigkeit des Superpositionsprinzips aufhört. Auch hier gibt es zwei Stufen: das Stabilitätsproblem I. Ordnung, das heißt die auf das ganze Gebilde oder auf dessen Hauptteile sich auswirkenden — makroskopischen — Probleme des Knickens, der Verdrehung und des exzentrischen Druckes ; sowie die Stabilitätsfragen II. Ordnung, nämlich die auf begrenzten Gebieten des Gebildes auftretende »örtliche« Knickung, Wellenbildung und Ausbeulung.

2.21 Das Spannungsproblem

Das wirtschaftlichste Gebilde ist verschieden je nach der Art der maßgebenden Belastung.

Die Grenze der Belastbarkeit bei rein statischem Zug, Druck oder Schub hängt nur von der Größe der Querschnittsfläche der beanspruchten Konstruktionselemente ab. Abgesehen von der unmittelbaren Umgebung jäher Querschnittsänderungen verteilt sich die Last gleichmäßig über den Querschnitt, und die Belastbarkeit des Bauteils fällt zusammen mit der Grenze der Festigkeit seines Werkstoffes. Alle Punkte des Querschnittes sind vollständig ausgenützt, so daß diese Belastungsweise die güngstigste ist. In Bezug auf sein Gewicht ist es gleichgültig, welche Form man dem Querschnitt des Bauelementes gibt.

Im Falle einer Belastung auf Biegung, Verdrehung oder Knickung verteilt sich jedoch entweder die Belastung nicht gleichmäßig über den Querschnitt, oder die Grenze der Belastbarkeit ist je nach dem Querschnitt des Bauteils niedriger als die Festigkeit des Werkstoffes, so daß die Auswahl der Querschnittsform das Gewicht der Konstruktionselemente sehr wesentlich beeinflußt. Da jedoch eine reine Druck- oder Schubbelastung nur sehr selten vorkommt (und nach Art der Dinge auch dann nur bei kleinen Bauteilen), muß man — mit Ausnahme der auf Zug belasteten Teile — die Querschnittsform überall stets sehr sorgfältig bestimmen, wenn man das kleinstmögliche Gewicht des Gebildes anstrebt.

Untersuchen wir zum Beispiel einen rechteckigen Querschnitt, wie er bei Biegeträgern aus Holz üblich ist. Die beiden extremen Fälle zeigt Abb. 4.

Die Höhe h des Trägers ist meist durch die gegebenen Verhältnisse bestimmt. Wir können diese Abmessung also bei unserem Vergleich als unabhängig von der Querschnittsform gleichbleibend betrachten. Da wir uns jetzt nur mit dem Einfluß der Formgebung des Querschnittes beschäftigen, können wir auch davon absehen, daß es sich im betrachteten Fall um Holz, also um einen Werkstoff handelt, dessen Festigkeit auf Druck und Zug verschieden ist; wir nehmen also an, daß die zulässige Spannung σ in den betrachteten Fällen gleich ist. Im Falle des Vollquerschnittes (Abb. 4, α) beträgt das Widerstandsmoment

$$W = \frac{M}{\sigma} = \frac{bh^2}{6}$$

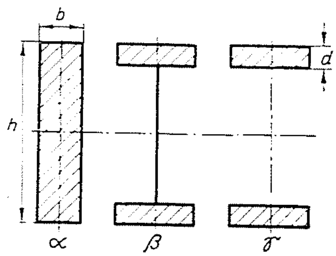

Abb. 4. Günstigster Querschnitt eines Biegeträgers aus Holz

wobei M das Biegemoment im betrachteten Querschnitt ist. Hieraus folgt die für das Gewicht maßgebende Querschnittsfläche

$$F_M = bh = \frac{6\,M}{h\,\sigma} \tag{1}$$

Ersetzen wir den massiven Biegeträger durch ein einfaches, auf Zug bzw. Druck belastetes Stabpaar (Abb. 4, γ) (wobei wir den zur Übertragung der Querkraft dienenden Steg außer acht lassen), so wird die Größe der Zug- bzw. Druckkraft

$$P = \frac{M}{h-d}$$

somit die Querschnittsfläche eines Stabes

$$F_1 = \frac{P}{\sigma} = \frac{1}{h-d}\,\frac{M}{\sigma}$$

Da das Stabpaar aus zwei Stäben besteht, ist demnach der Gesamtquerschnitt des aus Zug- und Druckstab bestehenden Trägers

$$F_P = 2\,F_1 = \frac{2}{h-d}\,\frac{M}{\sigma} \tag{2}$$

Somit ergibt sich das Verhältnis der Querschnittsflächen (also auch des Gewichtes) der beiden betrachteten Träger zueinander zu

$$F_M/F_P = \frac{6}{h}\frac{h-d}{2} = 3\left(1-\frac{d}{h}\right) \tag{3}$$

Die Breite b der beiden Träger ist selbstverständlich verschieden und kann aus den entsprechenden obigen Formeln berechnet werden.

Ist demnach d klein, so ist das Gewicht des massiven Trägers *nahezu das dreifache* des Stabpaares, und auch dann noch *mehr als das 1,5-fache*, wenn $d \cong \frac{h}{2}$, also die beiden Stäbe die zur Verfügung stehende Höhe h beinahe

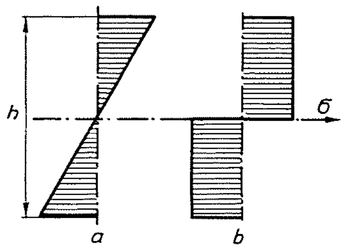

Abb. 5. Spannungsverteilung im rechteckigen Querschnitt eines massiven und eines geteilten Biegeträgers

ganz ausfüllen. Dieses Ergebnis mutet zunächst fremd an und folgt aus dem Umstand, daß wir statt der linear anwachsenden Spannungsverteilung des Vollträgers (Abb. 5a) beim Stabpaar mit einer über den Querschnitt des einzelnen Stabes konstanten Spannung (Abb. 5b) rechnen, ähnlich wie bei einem über die Fließgrenze hinaus über seinen ganzen Querschnitt plastisch beanspruchten gebogenen Stabe. In Wirklichkeit ist das Gewichtsverhältnis nicht so groß, da eine solche Spannungsverteilung nicht möglich ist, und der hier außer acht gelassene Steg — der jedoch erforderlich ist, um das Stabpaar zum Träger zu vereinigen (Abb. 4, β) — die sprunghafte Änderung der Spannung an der neutralen Achse verhindert. Das Gewicht des Steges selbst kann man hingegen tatsächlich vernachlässigen.

Die Folgerungen hieraus sind bekannt. Der Fachwerk- oder der Vollwandträger ist zur Aufnahme einer in seiner Ebene wirkenden Biegebeanspruchung weit wirtschaftlicher als ein massiver Träger. Seine Überlegenheit ist — wie wir sahen — um so größer, je weiter wir seine Gurte voneinander, somit auch von der neutralen Achse fortverlegen; hierdurch vermindert sich gleichzeitig das Mass d, die Gurte werden dünner und dünner.

Bei Belastungen anderen Charakters sind andere Querschnittsformen vorteilhafter. So ist z.B. zur Aufnahme einer Biegelast, deren Ebene wohl die Achse des Trägers enthält, sich aber um diese beliebig drehen kann, der Kreisringquerschnitt, d.h. das Rohr am vorteilhaftesten. Dies gilt auch für Torsion, sowie für Knickbelastung, die man ja bei regelmäßigen Querschnitten als eine solche Biegung auffassen kann, deren Ebene zunächst unbestimmt ist.

Zur Untersuchung des Kreisringquerschnittes setzen wir das für die Biegebeanspruchung maßgebende Widerstandsmoment W, bzw. das bei Knickung oder Verdrehung maßgebende Trägheitsmoment J des Rohres ins Verhältnis zu seiner Querschnittsfläche F. Gestalten wir zunächst die bekannte Formel des äquatorialen Trägheitsmomentes

$$J = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$$

so um, daß sie statt des äußeren und inneren Durchmessers D bzw. d den äußeren Durchmesser und die Wandstärke v enthält:

$$J = \frac{\pi D^3 v}{8}\left[1 - 2\left(\frac{v}{D}\right) + \left(\frac{v}{D}\right)^2\right] \cong \frac{\pi D^3 v}{8} \tag{4}$$

Hieraus folgt das Widerstandsmoment

$$W = \frac{J}{D/2} = \frac{\pi D^2 v}{4}\left[1 - 2\left(\frac{v}{D}\right) + \left(\frac{v}{D}\right)^2\right] \cong \frac{\pi D^2 v}{4} \tag{5}$$

Das polare Trägheitsmoment bzw. Widerstandsmoment ist bekanntlich doppelt so groß.

Das Gewicht des Stabes ist proportional seiner Querschnittsfläche, die wir ebenfalls mit dem äußeren Durchmesser und der Wandstärke ausdrücken können:

$$F = \pi D v\left(1 - \frac{v}{D}\right) \cong \pi D v \tag{6}$$

Wir erhalten somit das bei Biegung und Torsion maßgebende Verhältnis des Widerstandsmomentes zum Querschnitt:

$$\frac{W}{F} = \frac{D}{4}\left(1 - \frac{v}{D}\right) \cong \frac{D}{4} \quad \text{bzw.} \quad \frac{W_p}{F} = \frac{D}{2}\left(1 - \frac{v}{D}\right) \cong \frac{D}{2} \tag{7}$$

sowie das für Formänderungen bei diesen Belastungsfällen, ferner bei Knickung maßgebende Trägheitsmomentenverhältnis:

$$\frac{J}{F} = \frac{D^2}{8}\left(1 - \frac{v}{D}\right) \cong \frac{D^2}{8} \quad \text{bzw.} \quad \frac{J_p}{F} = \frac{D^2}{4}\left(1 - \frac{v}{D}\right) \cong \frac{D^2}{4} \tag{8}$$

Streichen wir in obigen Formeln die zweiten und dritten Glieder, so erhalten wir die jeweils besonders hervorgehobenen ersten Näherungen der genauen Werte. Die Abweichung gegenüber dem genauen Wert wird um so kleiner, je kleiner das Verhältnis der Wandstärke zum Rohrdurchmesser, je günstiger also das Gewichtsverhältnis des Rohrstabes ist.

Wir können das Ergebnis, das wir zunächst am Biegeträger gewonnen haben, demnach auch auf den Fall verallgemeinern, daß die Belastung nicht in einer bestimmten Ebene wirkt: *Der günstigste Stabquerschnitt einer Leichtkonstruktion ist* — innerhalb gewisser Grenzen, über die später die Rede

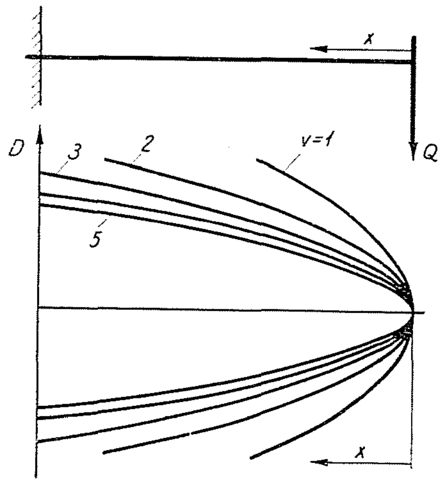

Abb. 6. Freiträger gleicher Festigkeit mit konstanter Wandstärke

sein wird, sowie abgesehen von reinen Zug-, Druck- und Schubbelastungen — *ein solcher, bei dem der Werkstoff möglichst weit nach außen strebt*, d.h. sich je weiter von der neutralen Achse in eine je dünnere Schicht ausdehnt. Der Grad der Wirtschaftlichkeit der Ausbreitung ist je nach dem Charakter der Belastung verschieden : *0* für reine Längs- und Schubbelastungen, *1* für Belastungen, bei denen das Widerstandsmoment — und *2* für solche, bei denen das Trägheitsmoment maßgebend ist. *Diese letzteren sind es daher, bei denen die Annäherung an die ideale Lösung den größten Aufwand rechtfertigt.*

In bezug auf die Gewichtsersparnis ist jedoch nicht nur die Wahl bzw. Ausbildung der günstigsten Profilform wichtig, sondern auch die Umrißform des Trägers. Ein anschauliches Beispiel hierfür bietet der einseitig eingespannte Freiträger, der am Ende mit einer beliebig gerichteten, aber auf seine Achse senkrechten Kraft Q belastet ist (Abb. 6, a). Wir sahen soeben, daß die günstigste Querschnittsform für einen solchen Träger der Kreisring ist. Der Träger wird durch das Moment $M = Qx$ auf Biegung belastet und die größte

— in den äußersten Fasern der jeweiligen Biegungsebene — auftretende Spannung beträgt bekanntlich

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{M}{W} = \pm \frac{Qx}{W}$$

Bestimmen wir die aus Gewichtsgründen günstigste Umrißform des Trägers. Wir erhalten diese offensichtlich dann, wenn wir dafür sorgen, daß alle Querschnitte (vorausgesetzt natürlich, daß wir die Kräfte ohne überflüssige Umwege von ihrem Angriffspunkt zu den Auflagern leiten) gleichmäßig ausgenützt werden, jeder Querschnitt gleichermaßen »gefährlich« ist, d.h. ein gefährlicher Querschnitt in Wirklichkeit gar nicht besteht. Ein solcher Träger ist in bezug auf die auftretende Belastung von gleicher Festigkeit.

Einfachheitshalber sei die Wandstärke v überall konstant und untersuchen wir nur den Abschnitt des Trägers, bei dem die Aufnahme des Biegemomentes schon einen so großen Durchmesser D erfordert, daß demgegenüber die Wandstärke vernachlässigbar klein ist: $v \ll D$. Hier können wir demnach für das Widerstandsmoment die Näherungsformel (5) ohne weiteres gebrauchen. Diese in obige Spannungsformel eingesetzt, erhalten wir nach einiger Umformung die Verteilung des Durchmessers in Längsrichtung, somit den Umriß des Trägers:

$$D = \sqrt{\frac{4\,Q_x}{\pi\, v\, \sigma_{\max}}} = C \sqrt{\frac{x}{v}} \tag{9}$$

Bilden wir den Umriß des Trägers gleicher Wandstärke genau nach dieser Formel aus, so haben wir ihn zweifellos genau auf die auftretende Belastung bemessen; er ist somit in bezug auf diese Belastung von gleicher Festigkeit. Es ist aber deutlich, daß man auf diese Weise nicht einen, sondern viele Träger gleicher Festigkeit ausbilden kann, deren Umriß voneinander verschieden ausfällt, je nachdem, wie groß die Wandstärke v des Trägers ist. Die Abb. 6, *b* zeigt verschiedene Umrißformen gleicher Festigkeit mit der Wandstärke $v = \text{const}$ als Parameter.

Die Untersuchung des Spannungsproblems hat also ergeben, daß die ideale Leichtbaukonstruktion zwei Erfordernissen genügen muß:

a) Sie muß gegenüber den zu erwartenden Belastungen von gleicher Festigkeit sein.

b) Ihr Werkstoff muß möglichst weit von der neutralen Achse in einer möglichst dünnen Schicht verteilt sein.

Abb. 7 veranschaulicht, was sich auf diese Weise erreichen läßt. Wir sehen, daß sich schon im Falle des einfachsten eingespannten Freiträgers eine außerordentliche Material- und Gewichtsersparnis erzielen läßt durch Anwendung solcher typischer Bauformen, wie sie im Flugzeugbau entwickelt wurden. Diese Ersparnis beträgt bei der Bauform Nr. 8 selbst gegenüber der allgemein üblichen Sparkonstruktion Nr. 3 — bei gleicher Festigkeit — nicht weniger als 70%! Dabei muß man noch beachten, daß die dargestellten Gewichtsersparnisse noch übertroffen werden können, wenn man die Wandstärke des Trägers — sei es in Quer- oder Längsrichtung — abstuft, oder seine Umrißform der

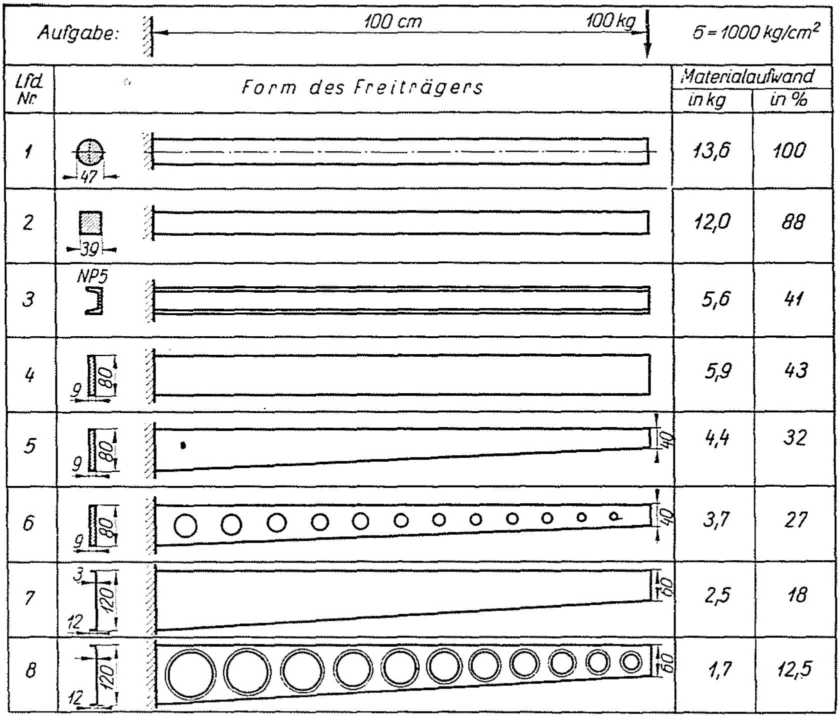

Abb. 7. Gewichtsersparnis bei systematischer Weiterentwicklung eines Freiträgers

krummlinigen Form gleicher Festigkeit noch besser annähert. Es ist jedenfalls deutlich, daß die Bedeutung des Leichtbaues weit über das Gebiet des Flugzeugbaues hinausgeht, und daß der Flugzeugbau durch die Übergabe zahlreicher Erfahrungen in dieser Beziehung recht viel zu der Entwicklung der anderen Zweige des Maschinenbaues beitragen kann.

Kehren wir jetzt zu unserer früheren Bemerkung zurück und untersuchen wir diejenigen Grenzen, die die Ausbreitung des Werkstoffes in eine möglichst dünne Schicht beschränken. Die Antwort auf diese Frage wird uns einerseits die Untersuchung des Stabilitätsproblems, andererseits die technologische Analyse der Werkstoffe bieten.

2.22 *Das Stabilitätsproblem*

Das Stabilitätsproblem erscheint bekanntlich nur bei Druck- und Schubbelastungen. Wählen wir als Ausgangspunkt unserer Untersuchung den klassischen Fall des zweiseitig gelenkig gelagerten, zentrisch gedrückten, zylindrischen Stabes. Für diesen Fall hat bereits EULER seine berühmte Formel abgeleitet:

$$P_k = \frac{\pi^2 E J}{l^2}$$

P_k — das Maximum der Drucklast, bei der der Stab gerade noch nicht ausknickt
l — die Stablänge (der Abstand zwischen den Gelenken)
E — der Elastizitätsmodul des Werkstoffes
J — das axiale Trägheitsmoment des Stabquerschnittes

aus der wir mit Leichtigkeit erhalten:

$$\sigma_k = \frac{P_K}{F} = \frac{\pi^2 E i^2}{l^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \qquad (10)$$

$i = \frac{J}{F}$ — der Trägheitsradius des Querschnittes
$\lambda = \frac{l}{i}$ — der Schlankheitsgrad des Stabes

Die Euler-Formel ist bekanntlich nur so lange gültig, bis die Formänderung elastisch bzw. die kritische Spannung σ_k unterhalb der Fließgrenze σ_f bleibt, d.h. $\sigma_k < \sigma_f$ ist. Diese Grenze befindet sich beim Schlankheitsgrad

$$\lambda_k = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_f}} \qquad (10a)$$

Beim Stab mit der günstigsten Querschnittsform, d.h. beim dünnwandigen Kreisrohr, können wir nach der ersten Formel (8) näherungsweise (wenn $\frac{v}{D}$ klein ist) für den Trägheitsradius setzen

$$i = \frac{J}{F} = \frac{D}{2\sqrt{2}}$$

bzw.

$$\lambda = \frac{l}{i} = 2\sqrt{2}\,\frac{l}{D} \qquad (8a)$$

Durch Vergleich mit (10a) erhalten wir für $\lambda = \lambda_k$

$$\frac{l}{D} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{E}{\sigma_f}} = 1.11 \sqrt{\frac{E}{\sigma_f}} \tag{11}$$

Wir nähern uns daher der Gültigkeitsgrenze der Euler-Formel nicht nur wenn wir die Länge des Rohres abnehmen lassen, sondern auch wenn dessen Durchmesser wächst, d.h. wenn wir das aus der Untersuchung des Spannungsproblems abgeleitete zweite Erfordernis des Leichtbaues erfüllen wollen. Auf beide Arten kann sich die kritische Spannung der Fließgrenze annähern. Dies

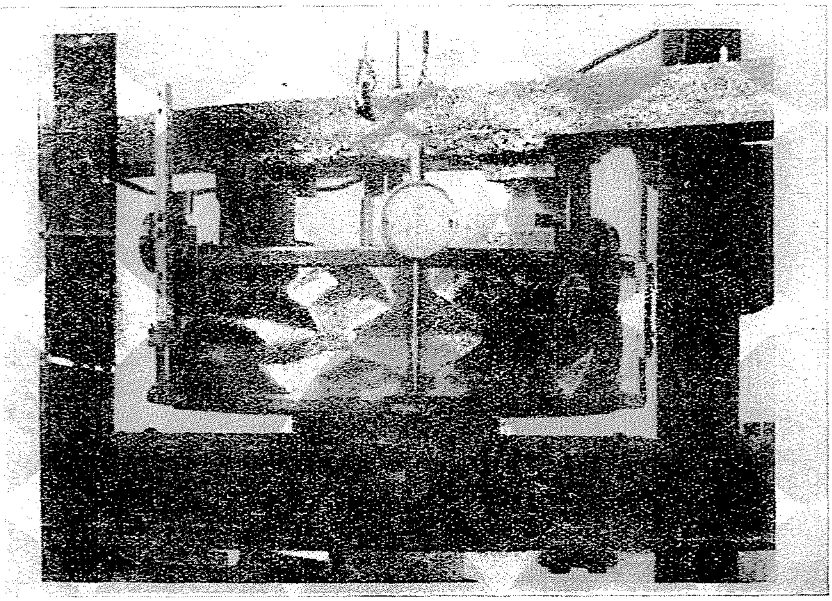

Abb. 8. Ausbeulen eines gedrückten dünnwandigen Rohres [15]

zeigt uns das Stabilitätsproblem erster Ordnung, d.h. die Untersuchung des Verhaltens des gedrückten Körpers als Ganzes.

Aus Gründen der Gewichtsersparnis wäre es natürlich zweckmäßig, die eine oder andere Möglichkeit der Annäherung an die Fließgrenze je besser auszunutzen. Zur Bestimmung der zulässigen Spannung ist dies jedoch nicht ausreichend. So wie es nicht ausreichend ist ein Fachwerk nur als Ganzes auf seine Stabilität zu untersuchen, sondern die Stabilität der einzelnen Fachwerkstäbe für sich auch untersucht werden muß, so muß man auch hier prüfen, ob nicht irgendein Teil des im übrigen stabil befundenen Gebildes bereits vor der Zeit sein Gleichgewicht verliert. Damit kommen wir zum Stabilitätsproblem II. Ordnung.

Die Erfahrung zeigt in der Tat, daß bei der zentrischen Belastung eines dünnwandigen Zylinders (Abb. 8) der Zylindermantel bereits bei einer gegenüber der Fließgrenze noch kleinen Spannung örtlich ein- oder ausknickt, und damit seine Tragfähigkeit aufhört oder zumindest nicht weiter gesteigert werden kann. Der Zylindermantel zeigt dann $2\,m$ Knotenlinien in Richtung der Erzeugenden und $n-1$ Knotenlinien in Richtung des Umfanges, die den Mantel in $2\,m\,n$ angenähert quadratische Felder teilen.

Versuchen wir diese Erscheinung so zu erfassen, daß wir den Zylinder oder das Rohr in Gedanken längs der in Achsrichtung laufenden Knotenlinien auftrennen, einen rechteckigen Streifen herausnehmen, und diesen zum Zwecke

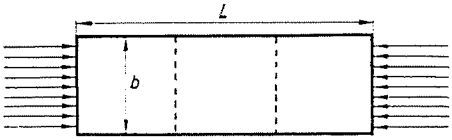

Abb. 9. Belastung eines Blechstreifens auf Knickung

unserer Rechnung als allseitig gelenkig gestützten, an den beiden Enden mit einer gleichmäßig verteilten Last gedrückten Stab auffassen (Abb. 9). Nehmen wir an, daß der Radius des Rohres r gegenüber dem Abstand b benachbarter Knotenlinien (d.h. gegenüber der Breite des Streifens) sehr groß ist: $r \gg b$, daß demnach die Querkrümmung des Streifens vernachlässigt und der Streifen als eben betrachtet werden kann. Die Länge des Streifens beträgt nach obengesagtem $L \cong nb$.

Der erste auffallende Unterschied gegenüber dem gebräuchlichen Stabknicken folgt aus dem eigenartigen Seitenverhältnis des Querschnittes $v \ll b$. Als Folge hiervon ist die Kontraktion des Querschnittes in Richtung b bei Zugbelastung in Längsrichtung stark behindert, in erster Näherung sogar unmöglich. Bezeichnen wir die Längsrichtung mit dem Index *1*, die Querrichtung mit *2*, so können wir für die Kontraktion schreiben

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu\sigma_1) = 0 \qquad \text{bzw.} \qquad \sigma_2 = \mu\sigma_1 \qquad \mu \text{ — Poissonsche Zahl}$$

woraus wir für die Längsdehnung

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\,(\sigma_1 - \mu\sigma_2) = \frac{1-\mu^2}{E}\,\sigma_1$$

somit für die Spannung in Längsrichtung

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}\,\varepsilon_1 = E^*\,\varepsilon_1 \tag{12}$$

erhalten. Bei der Formänderung dünner Bleche haben wir demnach mit einem im Verhältnis $\frac{1}{1-\mu^2}$ vergrößerten Elastizitätsmodul zu rechnen.

Berechnen wir jetzt den Trägheitsradius dieses Querschnittes mit seinem ungewöhnlichen Seitenverhältnis :

$$J = \frac{bv^3}{12} \qquad\qquad F = bv$$

somit

$$i^2 = \frac{J}{F} = \frac{v^2}{12} \qquad \text{sowie} \qquad \lambda^2 = \left(\frac{l}{i}\right)^2 = 12\left(\frac{b}{v}\right)^2$$

da unter $l = \frac{L}{n} = b$ die halbe Wellenlänge der Knickkurve zu verstehen ist. So erhalten wir nach (10) für die Euler-Spannung :

$$\sigma_e = \pi^2 \frac{E}{1-\mu^2}\,\frac{(v/b)^2}{12} = \frac{\pi^2}{12}\,E^*\left(\frac{v}{b}\right)^2 \tag{13}$$

Ist $L/n = l = ab$, d.h. das Seitenverhältnis $a = l/b$ keine ganze Zahl, so muß man noch einen Korrekturfaktor β^2 einschalten, da ja eine gebrochene Anzahl Halbwellen nicht zustande kommen kann. In diesem Falle beträgt somit die kritische Spannung der dünnen flachen Scheibe

$$\sigma_{P_{\min}} = \beta^2\,\sigma_e = \frac{\beta^2\,\pi^2}{12}\,\frac{E}{1-\mu^2}\left(\frac{v}{b}\right)^2 = \beta^2\,\frac{\pi^2}{12}\,E^*\left(\frac{v}{b}\right)^2 \tag{14}$$

wobei man mit guter Annäherung

$$\beta^2 = \left(\frac{l}{a\,b} + \frac{a\,b}{l}\right)^2 \tag{15}$$

setzen kann. Dies ergibt für jede ganze Zahl a eine Kurve $\beta = f\left(\frac{l}{b}\right)$ (Abb. 10), die sich aus je einer Geraden $\beta_1 = l/ab$ und einer Hyperbel $\beta_2 = ab/l$ durch Superposition zusammensetzt. Die Einhüllende dieser Kurven ist der geometrische Ort der maßgebenden Punkte $\beta_{\min} \sim \sqrt{\sigma_{P_{\min}}}$. Die Kurve von β^2 ergibt sich hieraus durch Verzerrung der Ordinaten. Diese Zackenkurve zeigt daher die obere Grenze der jeweils zulässigen Druckspannung. Mit wachsendem Verhältnis l/b verdichten sich die Zacken, und die Kurve nähert sich ihrer für ganzzahlige Werte $a = l/b$ gültigen Asymptote beim Werte $\beta^2{}_{\min} = (1 + 1)^2 = 4$.

Dies alles bezieht sich, wie gesagt, auf solche Plattenstreifen, die an allen vier Kanten einfach (gelenkig) aufliegen. Ist eine oder mehrere ihrer

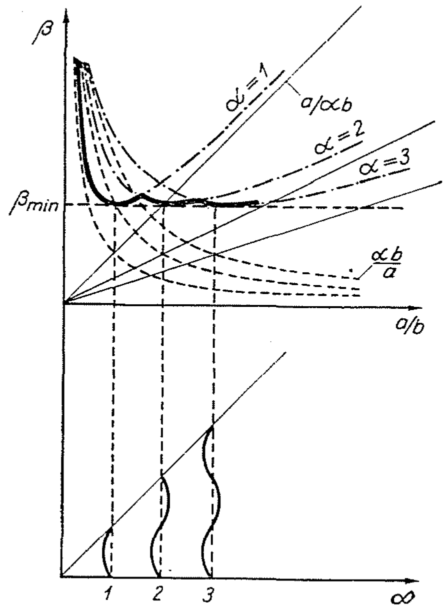

Abb. 10. Entstehung der Zackenkurve

Kanten eingespannt bzw. frei, so sind auf bekannte Weise weitere Korrekturfaktoren entsprechend anzubringen.

Die Pfeilhöhe der Querkrümmung der bisher betrachteten flachen Streifen ist nur klein, der Größenordnung nach keinesfalls größer als ihre Wandstärke. Bei einem Kreiszylinder liegt die Sache etwas anders. Hier ist statt des Trägheitsmomentes der Wand die des ganzen Zylinderquerschnittes maßgebend, die nach (4) nur linear und nicht quadratisch von der Wanddicke v abhängt. Je kleiner v, desto größer ist der Vorteil des Kreiszylinders gegenüber der ebenen Platte; die Krümmung hat eine sehr stark versteifende Wirkung. Falls wir statt b den für den Kreiszylinder mehr charakteristischen Krümmungsradius r als Veränderliche nehmen, erhalten wir aus Versuchen wieder eine Zackenkurve, die bei schlanken Zylindern ($L \leq 6 \sqrt{vr}$) sich asymptotisch ihrem kleinsten Werte

$$\sigma_{R_{\min}} = \frac{1}{\nu} \frac{E}{1-\mu^2} \frac{v}{r} = \frac{1}{\nu} E^* \frac{v}{r} \qquad \begin{array}{ll} \sigma_R & \text{— kritische Spannung der dünnwandigen Zylinderschale} \\ \nu & \text{— Konstante} \end{array} \tag{16}$$

nähert. Der Wert der Konstanten ν hängt nach zahlreichen Versuchen nur geringfügig von den Maßverhältnissen des Zylinders ab und liegt immer zwischen den Werten $\nu = 3...4$.

Bei einem alleinstehenden Schalenstreifen — d.h. bei einem solchen, der einen (nicht nur in Gedanken) abgetrennten Abschnitt eines Kreiszylinders bildet — erhalten wir die kritische Beulspannung σ_{kr} durch eine solche Kom-

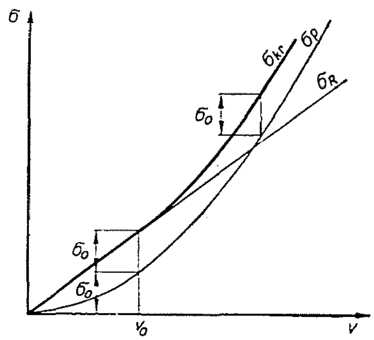

Abb. 11. Kritische Spannung eines Schalenstreifens

bination der beiden letzten Funktionen, die die versteifende Wirkung der Querkrümmung entsprechend berücksichtigt (Abb. 11). Bis zu $\sigma_R > 2\,\sigma_P$ dominiert die versteifende Wirkung der Krümmung:

$$\sigma_{kr} = \sigma_R = \frac{1}{\nu} E^* \frac{v}{r}$$

Darüber hinaus, wo $\sigma_R \leqq 2\,\sigma_P$, wächst diese versteifende Wirkung nicht mehr, sondern bleibt konstant. Wir können setzen [9]:

$$\sigma_{kr} = \sigma_P + \frac{\sigma_R^2}{4\,\sigma_P} \tag{17}$$

und erhalten damit

$$\sigma_{kr} = \frac{\beta^2 \pi^2}{12} E^* \left(\frac{v}{b}\right)^2 + \frac{3}{\beta^2 \pi^2 \nu^2} E^* \left(\frac{b}{r}\right)^2 = \frac{\beta^2 \pi^2}{12} E^* \frac{1}{b^2} (v^2 + v_0^2) = \sigma_P + \sigma_0 \tag{18}$$

wobei ersichtlicherweise

$$v_0 = \frac{6}{\beta^2 \pi^2 \nu} \frac{b^2}{r} \tag{19}$$

ist. Betrachten wir die Wandstärke v als unabhängige Veränderliche und bilden aus (14) bzw. (18) und (16)

$$\frac{\partial \sigma}{\partial v} = \frac{\beta^2 \pi^2}{12} E^* \frac{1}{b^2} 2 v = \frac{1}{\nu} E^* \frac{1}{r}$$

und weiter

$$v = \frac{6}{\beta^2 \pi^2 \nu} \frac{b^2}{r} = v_0$$

so ist v_0 offenbar diejenige Wandstärke, bei der σ_R mit gleicher Neigungstangente, also stetig in σ_k übergeht. Unter der Breite b des Schalenstreifens ist in allen diesen Formeln dessen Bogenlänge zu verstehen.

Ähnliche Zusammenhänge erhalten wir als Ergebnis der Untersuchung der Verdrehung dünnwandiger Rohre, oder der Schubbeanspruchung dünner ebener Scheiben.

Die günstigste Ausbreitung des Werkstoffes in eine möglichst dünne Schicht wird also durch die Gefahr des örtlichen Ausknickens, des Ausbeulens beschränkt, da die kritische Spannung σ_{kr} im allgemeinen weit unterhalb der Fließgrenze σ_f liegt, und daher die Belastbarkeit der Konstruktion auf Druck und Schub vor der Zeit aufhört. Je dünner die Wandstärke des Schalenstreifens und je größer sein Krümmungsradius — je günstiger also das Gebilde in bezug auf die aus dem Spannungsproblem abgeleiteten Anforderungen ist, um so niedriger ist die örtliche kritische Spannung. Man muß daher versuchen, diesen Widerspruch aufzulösen und die Konstruktion so zu verstärken, daß die kritische Spannung die Elastizitätsgrenze nach Möglichkeit erreicht oder überschreitet, auf jeden Fall aber viel besser annähert, als es die alleinstehende dünne Schale tut. Bei diesen Bestrebungen können die Gleichungen (16) und (18) als Wegweiser dienen.

Das Erreichen der kritischen Spannung ist freilich nicht immer mit dem Erschöpfen der Belastbarkeit der Konstruktion, ja nicht einmal mit dem Aufhören der Möglichkeit der weiteren Lastaufnahme verbunden. Die Belastbarkeit kann in gewissen Fällen noch weiter wachsen. Eine Schubkraft zum Beispiel ist zwei aufeinander senkrechten gleich großen Längskräften gleichwertig, die mit ihrer Richtung einen Winkel von $\pi/4$ ($= 45°$) einschließen, und von denen die eine eine Zug-, die andere eine Druckkraft ist. Die Instabilität, d.h. das Ausknicken, tritt aber nur als Folge einer Druckkraft auf, wohingegen die quer dazu wirkende Zugkraft sogar noch eine Stützwirkung ausübt.

So führt die Instabilität im Falle eines auf Schub belasteten dünnen Stegbleches zur Ausbildung eines Zugdiagonalenfeldes (Abb. 12). Versehen wir dieses Feld mit einander rahmenförmig kreuzenden (in Richtung der Schubkraft und dazu senkrecht stehenden) Versteifungen, die die als Komponenten der Zugkräfte auftretenden Nebenlasten aufnehmen, dann ist eine solche Konstruktion zur Aufnahme weiterer Belastungen fähig. Die kritische Spannung rahmenförmig versteifter Schalen ist also nicht die Grenze ihrer Tragfähigkeit. Das Gewicht der Versteifungen und die nur teilweise Ausnützung des Stegblechs bedeutet wohl einen gewissen überflüssigen Aufwand an Gewicht; dieser Nachteil wird jedoch durch den Vorteil der größeren Belastbarkeit weit übertroffen. Allerdings kann dies nicht immer ausgenützt werden, da die Faltenbildung oft aus anderen Gründen vermieden werden muß.

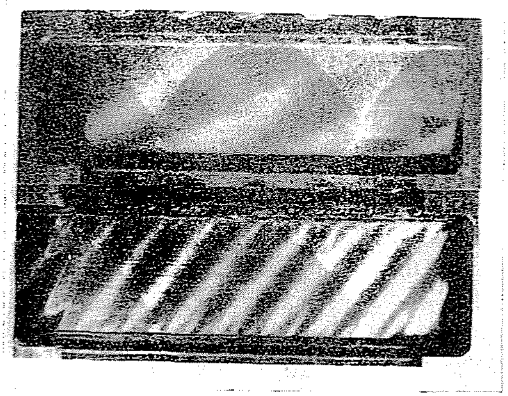

Abb. 12. Zugdiagonalenfelder [16]

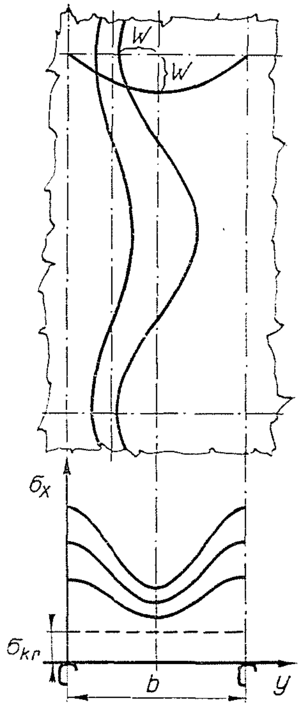

Abb. 13. Spannungsverteilung in der versteiften Schale

Das Zugdiagonalenfeld ist nur für die Aufnahme von Schubbelastungen geeignet. Vielleicht ist es aber auch bei auf Druck belasteten Schalen durch ein gewisses Opfer an Gewicht möglich, die kritische Spannung zu erhöhen?

Auf Druck belastete Träger oder Schalen weichen beim Erreichen der kritischen Spannung als Ganze aus der Richtung der Belastungskraft, es bilden sich Wellen. Verhindert man das Bilden dieser Wellen durch Anbringen von Steifen, so ist es möglich, die kritische Spannung so weit zu erhöhen, bis die Versteifung selbst mit ausknickt.

Der versteifte Schalenträger (Abb. 13) verkürzt sich unter der in Querrichtung gleichmäßig verteilten Druckkraft gleichmäßig. Die Art der Verkürzung ist jedoch zweierlei: Die Steifen und die durch sie gestützten mit ihnen unmittelbar fest verbundenen Beplankungsteile verkürzen sich im Sinne des HOOKEschen Gesetzes proportional zur Spannung ohne auszuweichen. In den Abschnitten zwischen je zwei Steifen sinkt aber deren Stützwirkung um so mehr, je weiter wir uns von ihnen entfernen. Schon bei kleineren Spannungen entstehen hier Wellen, deren Höhe mit der Entfernung von den Steifen wächst. Die Verkürzung ist in diesem Bereich nur teilweise eine Folge der aufgetretenen

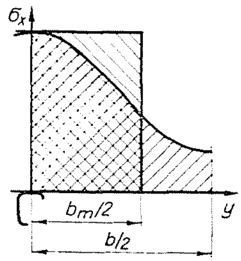

Abb. 14. Die mittragende Breite

Spannung, zum größeren Teil aber die geometrische Auswirkung der Wellenbildung.

Auf diese Weise entsteht zwischen zwei Versteifungen in der Haut eine im großen und ganzen sinusförmige Spannungsverteilung (Abb. 14), die bei den Steifen Maxima, und in der Mitte zwischen ihnen Minima aufweist. Die Maximalspannung in der Haut ist natürlich — gleiches Material vorausgesetzt — ebenso groß, wie die in der Steife, da ja beide die Folgen einer gleich großen Formänderung sind.

Die zwischen je zwei Steifen sinuswellenartig verteilte Spannung überträgt eine ebenso große Kraft, wie die Maximalspannung, gleichmäßig über die kleinere Breite b_m, die *mittragende Breite* verteilt, übertragen würde. Zur Bestimmung der mittragenden Breite gilt nach Versuchen mit guter Näherung

$$\frac{b_m}{b} = \frac{\sigma_{\text{im Mittel}}}{\sigma_{\max}} \cong \sqrt[3]{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{\max}}} \qquad (20)$$

σ_{kr} — die kritische Spannung der unversteiften Haut

$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{Versteifung}}$ — die Maximalspannung in der Steife und in dem mit ihr unmittelbar verbundenen Hautteil

Wir sehen, daß die mittragende Breite von $\sigma_{\max}$, also von der Größe der Belastung abhängt, und zwar nimmt sie mit zunehmender Belastung ab. Ihre Größe

— und die günstigste Anordnung der Steifen — muß man daher von Fall zu Fall und von Ort zu Ort den gegebenen Umständen entsprechend bestimmen.

Auch bei gedrückten Trägern ist es uns somit gelungen, die Knickspannung auf Kosten einer geringfügigen Gewichtserhöhung zu steigern. Die Gewichtserhöhung ergibt sich hier auch aus dem Gewicht der Steifen, sowie der in die Zwischenräume der mittragenden Breiten fallenden unausgenützten Hautteile, deren Tragfähigkeit ja bei der Festigkeitsrechnung vollkommen außer acht gelassen wird.

Im Grunde genommen haben wir mit der Anbringung der Steifen die wirksame Wandstärke der Schale vergrößert, und zwar auf eine solche Art, daß die Wirkung der vorgenommenen Verdickung auf die Steifigkeit der Schale viel größer war, als auf ihr Gewicht. Es gibt aber auch noch andere Mittel zur effektiven Erhöhung der Wandstärke v ohne beträchtliche Opfer an Gewicht. So kann man die Haut in zwei Lagen trennen, die man in einem gewissen Abstand voneinander mit Hilfe einer sehr leichten Füllung wieder zu einer — nunmehr wesentlich dickeren — Haut wieder vereinigt ; dies ist die sogenannte Sandwich-Konstruktion. Als Füllung gebraucht man Balsaholz (Wichte $\gamma \cong 0{,}1$ kg/dm^3), Schaumkunstharz, wabenförmig angeordnete Leichtmetallstreifen und ähnliches. Die Füllung wird mit den beiden Deckschichten verleimt. Eine weitere Möglichkeit bietet die Versteifung der Haut in sich durch senkrecht auf die zu erwartende Faltenrichtung verlaufende Sicken. Durch Vermehrung der Sicken verwandelt sich die ursprünglich glatte Haut schließlich in Wellblech. Dieses Blech ist örtlich zwar nicht dicker als ein glattes, aber seine Krümmung, und damit seine örtliche Knickspannung, und im großen und ganzen gesehen auch seine effektive Wandstärke, ist recht erheblich vergrößert.

Wenn wir uns die Formel (14) bzw. (16) noch näher ansehen, finden wir außer der Erhöhung der Wandstärke und der Krümmung noch eine weitere Möglichkeit zur vollen Ausnützung des Werkstoffes, d.h. zur Erhöhung der Beulspannung und ihrer Abstimmung mit der Elastizitätsgrenze: die »Veränderung« des Elastizitätsmoduls, m.a.W. die Anwendung eines besser geeigneten Werkstoffes.

Auf diese Weise ist *die Erweiterung* der durch die (örtliche) Stabilität II. Ordnung gesteckten Grenzen nicht mehr ein konstruktives, ein Formgebungsproblem allein, sondern auch ein technologisches, die Herstellung betreffendes. Ihre Methoden verlangen eine besondere Untersuchung. Das *Maß* der Erweiterung der Stabilitätsschranken ist dagegen nicht mehr eine Frage der Technik, sondern eine der Wirtschaftlichkeit.*

* Besondere — und nicht gerade einfache — Festigkeitsprobleme ergeben sich bei der Einleitung äußerer Kräfte und bei der Bemessung der in den Schalen erforderlichen Öffnungen und Aussparungen, da an solchen Stellen das Kräftespiel gestört ist. Die Behandlung dieser Fragen geht aber über die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit hinaus.

3. Die Eigenschaften der Werkstoffe

3.1 Die spezifische Tragfähigkeit

Für die Herstellung von Leichtkonstruktionen — nicht nur für Schalen — eignet sich derjenige Werkstoff am besten, dessen Festigkeitseigenschaften im Verhältnis zu seinem Gewicht die günstigsten sind. Welche von den vielen Festigkeitseigenschaften unter den gegebenen Umständen maßgebend ist, muß von Fall zu Fall untersucht werden, da die Tragfähigkeit der Werkstoffe je nach der Beanspruchungsart verschieden ist. Sie ist anders bei Zug und bei Druck, bei Biegung, Schub und Knickung usw. Nach der Hauptart der Beanspruchung können wir diese in vier charakteristische Gruppen einteilen; als fünfte betrachten wir die Schalenkonstruktion.

a) Für die Tragfähigkeit ist die Querschnittsfläche F maßgebend.

In diese Gruppe gehört die Belastung auf Zug, reinen Druck und Schub. Einen hierher gehörigen Sonderfall bildet die Torsion dünnwandiger Rohre, die man ja nach BREDT als in Umfangsrichtung wirkenden Schub auffassen kann.

Das Gewicht G eines Stabes von zylindrischem (also überall gleichem) Querschnitt beträgt

$$G = F\,l\,\gamma \qquad \begin{array}{l} l \text{ — Länge} \\ \gamma \text{ — Wichte} \end{array}$$

Die Tragfähigkeit dieses Stabes beträgt

$$P = \sigma F, \qquad \text{somit} \qquad F = \frac{\gamma}{\sigma} \quad \sigma \text{ (bei Schub } \tau) \text{ — zulässige Spannung}$$

Dies oben eingesetzt ergibt:

$$G = \frac{P}{\sigma}\,l\gamma = c\,\frac{\gamma}{\sigma}$$

Vergleicht man die spezifische Tragfähigkeit zweier Werkstoffe, so muß man hierfür gleiche Umstände voraussetzen. In diesem Falle sind P, l und $c =$ $= Pl$ konstant, unabhängig von der Art der Werkstoffe. Ordnen wir die letzte Gleichung so, daß alle diese Konstanten für sich auf einer Seite stehen, so ergibt der Faktor des Gewichtes G die spezifische Tragfähigkeit oder die *Gütezahl* (merit index) [13]:

$$T = \frac{\sigma}{\gamma} \left(\text{bzw. } \frac{\tau}{\gamma}\right) \tag{21}$$

Setzt man in diese Formel die zulässige Spannung in [kg/mm²] und die Wichte in [kg/dm³], so erhält man die Gütezahl in [km]. Lösen wir die letzte Gleichung des Gewichtes auf die Gütezahl:

$$\frac{\sigma}{\gamma} = \frac{Pl}{G} = T$$

dann sehen wir gleich, daß $T = l$ wird, wenn $P = G$ ist. Die Gütezahl ist somit keine dimensionslose Größe. T ist hier die Länge eines solchen aufgehängten zylindrischen ($F = \text{const}$) Stabes, dessen Tragfähigkeit gleich seinem Eigengewicht ist, der also unter seinem Eigengewicht gerade zerreißt. Deshalb heißt die Gütezahl in diesem Falle auch Reißlänge.

b) Falls in den oben erwähnten Belastungsfällen nicht die zulässige Spannung, sondern die Formänderung (Dehnung usw.) maßgebend ist, ergibt sich als Gütezahl

$$T = E/\gamma \tag{22}$$

c) Wo für die Tragfähigkeit das Widerstandsmoment W maßgebend ist, erhält man

$$T = \frac{\sigma^{2/3}}{\gamma} \tag{23}$$

d) Die Gütezahl solcher Gebilde, bei denen für die Belastung der Steifigkeitsfaktor EJ maßgebend ist, beträgt

$$T = \frac{E^{1/2}}{\gamma} \tag{24}$$

e) Bei Schalenkonstruktionen müssen wir zwei Fälle unterscheiden:

1. Im Bereich, wo die versteifende Wirkung der Krümmung dominierend ist, d.h. nach Gleichung (19) bei

$$r < r_0 = \frac{6}{\beta^2 \pi^2 \nu} \frac{b^2}{v} \tag{25}$$

muß man von (16) ausgehen. (Die Werte C_a, C_b usw. bezeichnen im folgenden solche Größen, die man für den Vergleich als konstant betrachten kann.)

$$\sigma_{kr} = \frac{1}{\nu} E^* \frac{v}{r}$$

Hieraus folgt

$$P_k = \sigma_{kr} F = \sigma_{kr} b\, v = C_a E\, v^2 \tag{26}$$

somit das Gewicht der Konstruktion

$$G = l\, b\, v\, \gamma = C_b\, v\, \gamma$$

Lösen wir Glg. (26) auf v und setzen sie hier ein:

$$G = C_b\, \gamma \sqrt{\frac{P_k}{C_a E}} = C_c\, \frac{\gamma}{E^{1/2}}$$

Dies auf C_c gelöst ergibt die Gütezahl als Faktor des Gewichtes:

$$T = \frac{E^{1/2}}{\gamma} \tag{27}$$

2. Im Gebiet von $r > r_0$, wo also die Versteifungswirkung der Krümmung nicht mehr dominiert, ist die kritische Spannung laut Abb. 11 und (17) um einen von der jeweiligen Wandstärke unabhängigen konstanten Wert σ_0 größer, als die kritische Spannung σ_P einer ebenen Scheibe gleicher Abmessungen. Die genaue Berechnung der Gütezahl ist umständlich; wir bestimmen sie daher nur für den Grenzfall der ebenen Scheibe.

Aus (14) erhalten wir ähnlich wie oben

$$\sigma_P = \frac{\beta^2 \pi^2}{12\,(1-\mu^2)}\, E\, \frac{v^2}{b^2} = C_d\, E\, v^2$$

somit

$$P_P = \sigma_P\, F = C_e\, E\, v^3$$

und das Gewicht wird

$$G = l\, b\, v\, \gamma = C_f\, \frac{\gamma}{\sqrt[3]{E}}$$

daher die Gütezahl

$$T = \frac{E^{1/3}}{\gamma} \tag{28}$$

Allgemein kann man demnach für die Gütezahl unversteifter Schalenkonstruktionen setzen

$$T = \frac{E^{1/n}}{\gamma}, \qquad \text{wo} \qquad 2 < n < 3 \tag{29}$$

Je näher r zu r_0 fällt [Formel (25)], um so mehr nähert sich $n \to 2$.

Für Schubbeanspruchung können wir den obigen vollkommen analoge Zusammenhänge ableiten, in denen jedoch statt der zulässigen Spannung σ die Schubspannung τ, und statt des Elastizitätsmoduls E der Schubmodul G vorkommt.

Abb. 15 und 16 ermöglichen den Vergleich der Werkstoffe entsprechend ihren Gütezahlen. Die mit Ziffern bezeichneten Punkte sind die Gütezahlen einiger solcher Werkstoffe bei ruhender Last und Zimmertemperatur, die im Leichtbau eine wichtige Rolle spielen.

Abb. 15 bezieht sich auf diejenigen Belastungsarten, für die die Spannung (σ bzw. τ) maßgebend ist. Wie zu ersehen ist, erreichen für Zug und Druck,

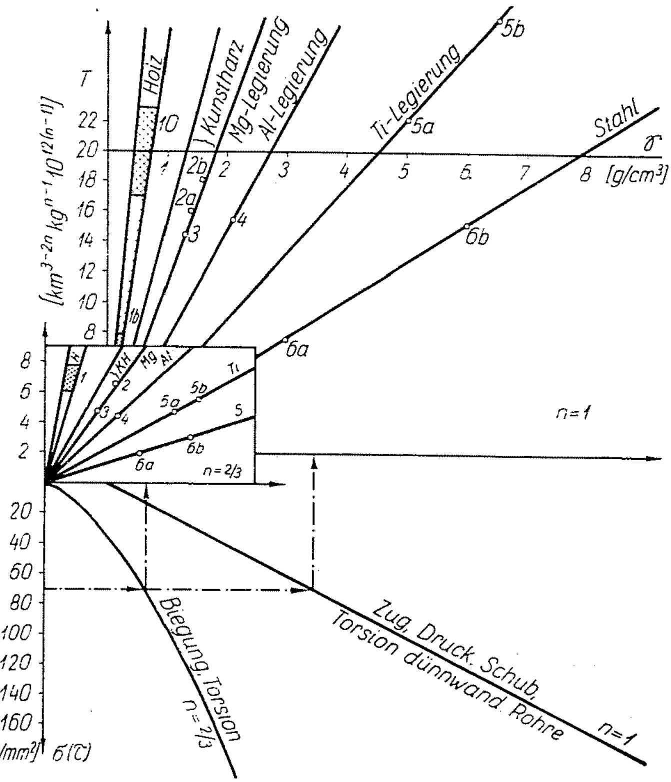

Abb. 15. Gütezahlen der Werkstoffe. Maßgebend ist die Spannung
1 — Holz (*a* — auf Zug; *b* — auf Druck); 2 — Glastextolit (Kunstharz mit Glasgewebe-Einlage) (*a* — auf Zug; *b* — auf Biegung); 3 — AM 503; 4 — $AlCu_3Mg$ veredelt; 5 — C 130 AM (*a* — weichgeglüht; *b* — veredelt); 6 — CrMo-Stahl (*a* — weichgeglüht; *b* — veredelt)

reinen Schub, sowie Verdrehung dünnwandiger Rohre nur Stähle besonders hoher Festigkeit die Gütezahlen der Leichtmetalle. Holz ist auf Druck zu schwach, auf Zug dagegen den Leichtmetallen mindestens ebenbürtig. Sie alle werden für solche Belastungen jedoch von den Titan-Legierungen weit übertroffen.

Bei Biegung und Torsion ist Titan den Leichtmetallen nur mehr wenig überlegen, aber dafür bleiben selbst die festesten heute bekannten Stähle hinter ihnen allen weit zurück. Die Gütezahl von Holz sowie die der Kunststoffe größerer Festigkeit (wie z.B. Glastextolit) übertrifft dagegen bei Biegung die aller Metalle recht erheblich.

Abb. 16 zeigt diese Zusammenhänge für jene Belastungsarten, bei denen der Elastizitäts- bzw. Gleitmodul die maßgebende Rolle spielt. Wie man sich durch senkrechtes Verschieben der Grundkurve der linken Seite der Abbildung leicht überzeugt, ändert sich die Wertungsfolge der vorerwähnten Werkstoffe

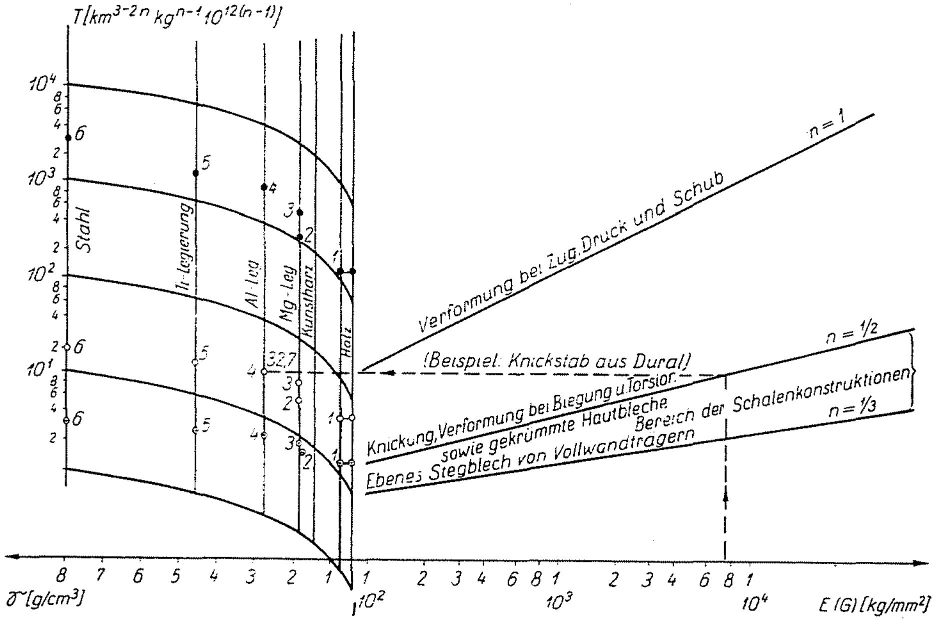

Abb. 16. Gütezahlen der Werkstoffe. Maßgebend ist der Elastizitäts-(Gleit-)Modul Erklärung der Ziffern bei Abb. 15

gegenüber dem Falle der Biegung nur wenig, mit Ausnahme der Fälle, wo die Bemessung auf Formänderung erfolgt: hier springt infolge seines großen Elastizitätsmoduls — wie zu erwarten war — der Stahl an die Spitze und Holz sowie Kunststoff schließen die Reihe. Im übrigen steht auch bei Schalenkonstruktionen Holz vorne an und Stahl am Ende, aber die Titanlegierungen sind an die vorletzte Stelle zurückgefallen.

3.2 Die technologische Eignung der Werkstoffe

Die Auswahl der für den Leichtbau geeignetsten Werkstoffe kann natürlich nicht ausschließlich auf Grund der Gütezahl erfolgen. Die Entscheidung wird durch die technologischen Eigenschaften der verfügbaren Materialien sehr stark beeinflußt. Obwohl z.B. Holz in zahlreichen Belastungsfällen (auch für Schalen!) die beste Gütezahl hat, kann man aus ihm nur in seltenen Fällen dünnwandige Gebilde gleicher Festigkeit herstellen; weiterhin ist es auch noch inhomogen und anisotrop. So verliert das Holz meistens das Rennen. Beim Stahl können große Festigkeitswerte, von denen seine Wettbewerbsfähigkeit abhängt, nur durch entsprechende Warmbehandlung erreicht werden. Falls diese nach der Bearbeitung erfolgt, verzieht sich das Werkstück — falls davor, so wird seine Bearbeitung ungeheuer erschwert. Auch kann das Schweißen als Verbindungsart bei bereits vergüteten Stählen wegen des dabei auftretenden beträchtlichen Festigkeitsverlustes nicht angewandt werden, und Schweißen dünnwandiger Teile vor der Vergütung führt meist zu unbeherrschbaren Deformationen. Damit verliert der Stahl einen weiteren seiner sonst großen Vorzüge. Mit der großen Festigkeit sind ferner oft übermäßig kleine Wandstärken verbunden, die schwierig zu handhaben sind; die Rasierklinge ist kein gerade idealer Konstruktionswerkstoff.

So tritt für den Leichtbau trotz aller ihrer Fehler — kleiner Elastizitätsmodul, große Empfindlichkeit gegen Korrosion und höhere Temperaturen, großer Energiebedarf der Erstellung, Notwendigkeit gesteigerter Sorgfalt bei der Bearbeitung — die Anwendung der Leichtmetalle in den Vordergrund. Wir sahen auch bereits die Vorteile der sich von selbst ergebenden größeren Wandstärken, die also keinen Gewichtsverlust verursachen. Für die Herstellung klassischer Leichtkonstruktionen, in der Flugtechnik, sind die Leichtmetalle geradezu unentbehrlich.

Die Gesichtspunkte für den Vergleich verschiedener Werkstoffe sind hiermit natürlich bei weitem nicht erschöpft. Zunächst fehlt die Untersuchung verschiedener Beanspruchungsarten (dynamische, sich häufende usw.) und ihrer Auswirkung. Auch den Einfluß verschiedener Verbindungsarten (insbesondere der unlösbaren, wie Kalt- und Warmnieten, Kleben) haben wir kaum behandelt, die Wirkung der Korrosion nur gerade erwähnt, und überhaupt nichts darüber gesagt, wie die Wertungsfolge der Werkstoffe durch die Änderung (hauptsächlich durch die Erhöhung) der Betriebstemperatur beeinflußt wird. Auch die Bearbeitungsmethoden und deren Entwicklung üben keine geringe Wirkung auf die Welt der dünnwandigen Gebilde.

Man darf ferner nicht vor Augen verlieren, daß neben der Forderung einer örtlich gleichmäßigen Festigkeit in Zukunft auch die zeitlich gleiche Festigkeit eine stets größere Rolle spielen wird. Es wird immer nötiger, die Konstruktion so zu gestalten, daß ihre sämtlichen Einzelteile möglichst gleiche, homogene Lebensdauer haben.

4. Die Dialektik des Leichtbaues

Fassen wir die Ergebnisse unserer Untersuchung zusammen und versuchen wir die Beantwortung der am Anfang (*1.3*) gestellten Fragen.

Man kann nur dann wirklich von Leichtbau sprechen, d.h. von der möglichst vollkommenen Anpassung einer Konstruktion an ihren Bestimmungszweck, wenn man die Betriebsverhältnisse und die infolgedessen zu erwartenden Belastungen möglichst vollkommen erkannt hat. Weiterhin muß man dafür sorgen, daß die Größe dieser Belastungen möglichst vermindert bzw. beschränkt wird. Zu dem so bis in seine Einzelheiten bekannten Kräftespiel muß man dann Gebilde gleicher Festigkeit schaffen und dabei darauf achten, daß — mit Ausnahme der nur auf reinen Zug, Druck oder Schub beanspruchten Teile — der Werkstoff so weit von der neutralen Achse weg ausgedehnt wird, wie es die örtliche Festigkeit der sich ergebenden dünnen Wände nur irgend gestattet. Für die Konstruktion muß man einen Werkstoff mit möglichst großer Gütezahl wählen, man darf jedoch dabei die technologischen Eigenschaften nicht außer acht lassen.

Es erweisen sich so für die verschiedenen Arten der Belastungen jeweils andere Konstruktionsformen, ja sogar andere Werkstoffe spezifisch als die leichtesten. Es ist daher naheliegend, die Belastungen nach ihren Arten zu trennen, sie zu differenzieren, um für jede Belastungsart ein spezielles Bauelement anwenden zu können, das besonders für die Aufnahme dieser einen Art von Belastung geeignet ist.

Wir sahen bereits am Beispiel des hölzernen Biegeträgers mit rechteckigem Querschnitt (Abb. 4), wie vorteilhaft es ist, das belastende Biegemoment in ein Kräftepaar aufzulösen, und die Aufnahme der Zug- bzw. Druckkraft getrennten Gurten zu überlassen. Getrennte Gurte können aber keine Querkraft übernehmen, sie bilden keinen Träger; man muß sie deshalb mit zumindest einem Steg wieder miteinander verbinden. Ein solcher Träger kann dann nicht nur ein reines Biegemoment, sondern auch ein von äußeren Kräften herrührendes Moment zusammen mit den dazugehörigen Querkräften aufnehmen, wie das in der Praxis z.B. bei Freiträgern wohl stets erforderlich ist.

Im Freiträger mit I-Querschnitt (Abb. 17) treten beispielsweise bei Belastung durch eine senkrechte Kraft am Ende im Schnitt xy solche Normalspannungen auf, die längs der x-Achse (senkrecht auf die Biegeebene) konstant, längs der y-Achse dagegen nach der Hypothese von NAVIER linear verteilt sind:

$$\sigma = f(y) = cy$$

Die Breite des Trägers in Richtung x hat zwei verschiedene Werte: bei den Gurten ist $x = b$, beim Steg $x = v$. Das Moment der inneren Spannungen ergibt sich hieraus zu

$$M = \int \sigma\, x\, y\, dy$$

In Abb. 17b ist auch die Kurve $\sigma x = f(y)$ dargestellt. Es ist deutlich, daß der Abschnitt des Steges (wo $v \ll b$ ist) gegenüber den Gurten eine vernachlässigbare Rolle spielt. Wenn wir außerdem davon absehen, daß die Spannung quer zu den Gurten anwächst, und mit einem ständigen Mittelwert $\bar{\sigma}$ rechnen, so folgt

$$M \cong 2 \int_{h-d}^{h} (\bar{\sigma}\, b)\, y\, dy = 2\, \bar{\sigma}\, b \int_{h-d}^{h} y\, dy = \bar{\sigma}\, b\, d\,(2h-d) = \bar{\sigma}\, F\,(2\,h-d) \qquad (30)$$

Dies ist nichts anderes als Glg. (2), nur daß wir jetzt die Trägerhöhe statt h mit $2h$ bezeichnet haben.

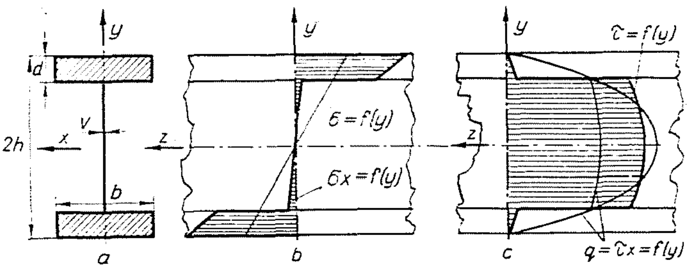

Abb. 17. Normal- und Schubspannungen im Biegeträger

Einen entgegengesetzten Verlauf zeigt die Verteilung der Schubspannung. Teilen wir bei einem Träger konstanter Dicke die Summe der Querkräfte mit der Trägerhöhe, so erhalten wir den mittleren Schubfluß

$$\bar{q} = \frac{Q}{2\,h}$$

In Wirklichkeit ist der Schubfluß nicht gleichmäßig verteilt, da aus der Dualität der Schubspannungen folgt, daß in den Fasern $y = \pm h$: $\tau_z = \tau_y = 0$ ist. Die Verteilungskurve des Schubflusses beginnt daher für $y = \pm h$ mit 0, und erreicht sein Maximum bei $y = 0$; ihre Form ist bekanntlich eine Parabel, bzw. beim vorliegenden I-Träger — wegen der verschiedenen Dicken der Gurte und des Steges — eine Kurve aus Abschnitten zweier Parabeln (Abb. 17c), die eine gleich große Fläche umfaßt, wie das Viereck der Durchschnittsverteilung. Zur Bestimmung der Schubspannungen müssen wir nun den Schubfluß dividieren mit der Breite b des Trägers. (In Breitenrichtung begnügen wir uns mit der Berechnung des durchschnittlichen τ-Wertes, da ja im entscheidenden Bereich $b = v$ sehr klein, und so die Änderung von τ längs b vernachlässigbar ist.) Das Ergebnis ist ebenfalls in Abb. 17b dargestellt: im Gegensatz zu der Normalspannung ist die Schubspannung gerade in den Gurten vernachlässigbar, beinahe der ganze Schub wird vom Steg aufgenommen.

Je kleiner daher die Dicke des Steges im Verhältnis zur Breite der Gurte ist — je günstiger daher der Träger in bezug auf sein Gewicht vom Spannungsproblem aus gesehen — um so mehr differenziert sich seine Doppelfunktion: die Aufnahme des Biegemomentes in Form eines Kräftepaares durch die Gurte auf Zug und Druck, und die Aufnahme der Querkraft durch den Steg auf Schub.

Ein solcher Träger, wie z.B. das Gerippe eines Wagenkastens, ist aber offenbar nicht genügend ausgenützt, wenn die Bestimmung der Außenhaut nur die Aufnahme der Schubkräfte ist, und man für die Weiterleitung der Zug- und Druckkräfte ganz gesondert wirkende Gurte anbringt. In diesem Falle ist es viel günstiger, die nicht vollkommen ausgenützte Haut mit zur Aufnahme der Längskräfte heranzuziehen, nachdem man sie hierfür konstruktiv geeignet gemacht (versteift, oder zu einer Sandwich-Konstruktion umgestaltet) hat. Die immer noch nötigen Gurte oder Längsträger können jetzt viel leichter ausgeführt werden, und bilden nur noch eine Versteifung der Außenhaut. Durch diese Maßnahme haben wir die Belastungen wieder auf die Haut konzentriert, jedoch auf einer höheren Entwicklungsstufe, nachdem sich die Konstruktion den gesteigerten Anforderungen des Betriebes besser angepaßt hat.

Die Differenzierung der Belastungen geht mit der Konzentrierung des Werkstoffes auf verschiedene Bauglieder, wie z.B. auf die Stäbe bei Fachwerken, gepaart; dagegen führt die erneute Konzentration der Belastung auf einer höheren Stufe zur Differenzierung des Werkstoffes, zu seiner Ausdehnung, zur Schaffung von Schalenkonstruktionen.

Ein bezeichnendes Beispiel für diese dialektische Bewegung des Fortschrittes ist die Entwicklung der selbsttragenden Karosserien und Wagenkästen. Ursprünglich hatte ein Wagenkasten ausschließlich die Funktion der Raumabgrenzung, während die Aufnahme der Belastungen dem gesonderten Untergestell überlassen wurde. Später wurde das immer noch getrennt angefertigte Untergestell bei der Montage mit dem Wagenkasten vereinigt, der so — mit oder ohne Absicht — zum Tragen der Belastungen mit herangezogen wurde. Im Laufe der Entwicklung bildete sich das Untergestell mehr und mehr zurück und verschwand schließlich als solches vollständig. Sein Material wurde auf den Wagenkasten verteilt (Abb. 18), auf den wiederum die ganze Belastung konzentriert wurde.

Eine Leichtkonstruktion ist demnach keine Maschine oder Mechanismus besonderer Art, sondern das bei bestimmten Maschinen (hauptsächlich Fahrzeugen) und anderen Ingenieursbauten angewandte wissenschaftliche Prinzip der Konstruktion und des Baues. Die Lehre des Leichtbaues erfordert die gleichermaßen gründliche und umfassende Kenntnis der Belastung und Bemessung der Konstruktionen und der geeigneten Werkstoffe und Bearbeitungsverfahren. Die Kenntnisse allein genügen jedoch nicht; man muß sie dialektisch, in ihrem gegenseitigen Zusammenhange und in ihrer Entwicklung betrachtet anwenden; nicht ressortmäßig voneinander getrennt, sondern komplex miteinander verknüpft.

Das Schaffen von Leichtkonstruktionen ist keine einfache Aufgabe. Obwohl die Grundsätze nicht sehr kompliziert sind, erfordert es in der Praxis die Anwendung sehr verfeinerter und in Einzelheiten gehender Berechnungsverfahren, die sich noch stark in Entwicklung befinden. Die Zusammenhänge

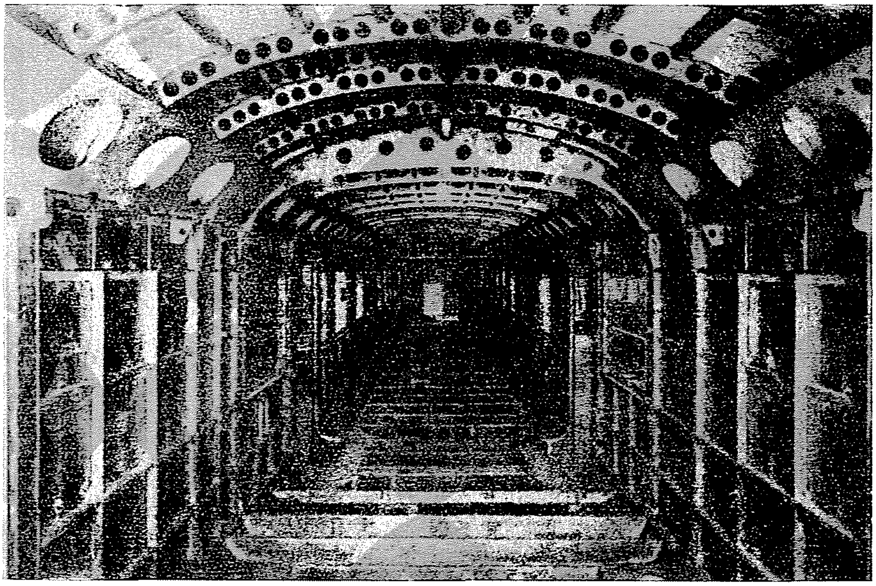

Abb. 18. Moderner Leichtbau: Wagenkasten in Schalenkonstruktion

sind sehr vielseitig und in vieler Hinsicht ebenfalls noch nicht genügend geklärt, so daß man viele Annahmen und Vereinfachungen machen muß, deren Berechtigung nur durch Versuche erwiesen werden kann.

Stellenweise haben wir beim klassischen Leichtbau bereits die Grenze der klassischen Statik und Festigkeitslehre erreicht. Es gibt Leichtbauprobleme, die schon jetzt nur gelöst werden können, wenn der Ingenieur fallweise von gewissen gewohnten Hypothesen absieht. So muß man bei Torsionsproblemen von Schalen mit behinderter Querschnittswölbung das Prinzip von De Saint Venant, nach dem die Wirkung im Gleichgewicht befindlicher äußerer Kräfte nur örtlich ist, sowie die Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte aufgeben, um zu praktisch brauchbaren Ergebnissen zu gelangen. Der weitere Fortschritt wird zweifellos erfordern, daß man die Gültigkeit der grundsätzlichen Hypothesen der erwähnten Wissensgebiete für den Leichtbau systematisch überprüft. Nur auf diese Weise kann man von unseren Berechnungsverfahren eine noch genauere Annäherung an die Naturgesetze erwarten.

Dem allgemeinen Leichtbau im Verkehrswesen derartige Anforderungen zu stellen wäre natürlich übertrieben und unwirtschaftlich. Hier muß die größere Unsicherheit der einfacheren Bemessungsverfahren nötigenfalls durch Vermehrung der Versuche ausgeglichen werden. Außerdem muß man die Entwicklung des klassischen Leichtbaues aufmerksam verfolgen, um alle seine Errungenschaften, die reif und erreichbar sind, je eher nutzbringend anwenden zu können.

5. Zusammenfassung

Der Aufsatz gibt eine systematische Übersicht des Leichtbaues. Ausgehend von seiner wirtschaftlichen Bedeutung definiert er dieses neue Wissensgebiet und grenzt es ab, insbesondere gegenüber den Sparkonstruktionen. Er unterstreicht die besondere Wichtigkeit der möglichst genauen Bestimmung der zu erwartenden Betriebslasten, zeigt die Probleme der Formgebung und Bemessung und der Auswahl der günstigsten Werkstoffe, sowie die Zusammenhänge und inneren Widersprüche dieser Probleme und die grundsätzlichen Möglichkeiten ihrer Lösung. Deutlich ergeben sich die dialektischen Entwicklungstendenzen der leichten Konstruktionen.

6. Literatur

Die Bibliografie des im weitesten Sinne genommenen Leichtbaus enthält:

1. WINTER, H.: Bibliographie der Veröffentlichungen über den Leichtbau und seine Randgebiete im deutschen und ausländischen Schrifttum aus den Jahren 1940 bis 1954. Springer, Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1955.
2. WINTER, H.: Autoren-Verzeichnis . . . (zu 1). Ebendort, 1957.

Das Buch enthält — über das in seinem Titel Gesagte hinaus — auch die grundlegende Literatur der Jahre vor 1940, hauptsächlich die deutsche. Leider vermißt man aber fast das gesamte einschlägige Schrifttum der östlichen Länder, vor allem der Sowjetunion; aufgezählt sind wohl nur diejenigen wenigen Arbeiten, die vor 1954 auch in deutscher Übersetzung erschienen sind. Das Verzeichnis der westlichen Literatur ist aber sehr umfassend: daher erwähne ich hier weiter nur die ungarischen Werke, sowie diejenigen, auf die ich mich im Text berufen habe.

3. SAMU, B.: Flugzeugelemente (ungar.) Lehrbuchverlag, Bpest 1952.
4. PETUR, A.: Flugzeug-Festigkeitslehre (ung.) Lehrbuchverlag, Bpest, 1952.
5. RUDNAI, G.: Fabrikation und Reparatur von Flugzeugen (ung.) Lehrbuchverlag, Bpest, 1954.
6. ÖRY, H.: Aufbau und Bemessung von Flugzeugen (ung.) Konspekt für Studierende, Bpest, 1956.
7. KAN, S. N.—PANOVKO, J. G.: Elemente der Mechanik der Schalenkonstruktionen (aus dem Russischen) Verl. der Schwerindustrie, Bpest, 1954.
8. RÁCZ, E. u. Mitarb.: Konstruieren von Flugzeugen, I. Teil (ung.) Lehrbuchverlag, Bpest, 1955.
9. SCHAPITZ, E.: Festigkeitslehre für den Leichtbau. Düsseldorf, 1951.
10. BAUTZ, W.: Festigkeitsprobleme des Leichtbaus (Vortrag).
11. SAMU, B.: Bauelemente selbsttragender Autobuskarosserien in Schalenbauart (ung.) Inst. f. Ing.-Fortbildg., Bpest, 1954.
12. RUDNAI, G.: Technologie der Fabrikation von Leichtkonstruktionen, mit besonderer Rücksicht auf den Karosseriebau (ung.) Inst. f. Ing.-Fortbildg., Bpest, 1954.

13. RÁCZ, E.: Die Rolle des Aluminiums im Flugzeugbau. Al.-Handbuch (ung.) Bpest, 1949.
14. GASSNER, E.: Betriebsfestigkeit. Eine Bemessungsgrundlage für Konstruktionsteile mit statisch wechselnden Betriebsbeanspruchungen. Konstruktion **6** (1954), S. 97.
15. BALLERSTEDT, W.—WAGNER, H.: Versuche über die Festigkeit dünner unversteifter Zylinder. Luftfahrtforschung **13** (1936) S. 309.
16. LAHDE, R.—WAGNER, H.: Versuche zur Ermittlung des Spannungszustandes in Zugfeldern. Luftfahrtforschg. **13** (1936), S. 262.

Prof. G. RUDNAI, Budapest, IX., Kinizsi u. 1—7, Ungarn